

# NGHIÊN CỨU ĐỀ XUẤT MÔ HÌNH SỐ HIỆU QUẢ TRONG PHÂN TÍCH TĨNH DÂY NEO ĐƠN CÓ GẮN VẬT TREO STUDY ON EFFECTIVE NUMERICAL MODEL FOR STATIC ANALYSIS OF SINGLE MOORING LINE WITH CLUMP WEIGHTS

PHẠM QUỐC HOÀN

Khoa Công trình, Trường Đại học Hàng hải Việt Nam

Email liên hệ: [hoanpq.ctt@vimaru.edu.vn](mailto:hoanpq.ctt@vimaru.edu.vn)

DOI: <https://doi.org/10.65154/jmst.971>

## Tóm tắt

Hệ thống dây neo có gắn vật treo (clump weight) là giải pháp hiệu quả để kiểm soát chuyển vị của công trình nổi và giảm lực nhổ tại neo. Tuy nhiên, sự gián đoạn về hình học tại vị trí treo vật khiến bài toán phân tích tĩnh trở nên phức tạp. Phương pháp phần tử hữu hạn (FEM) hiện nay đang được sử dụng rộng rãi, tuy cho kết quả chính xác nhưng tiêu tốn nhiều tài nguyên và thời gian tính toán, đặc biệt đối với trường hợp áp dụng vào các bài toán tối ưu hóa thiết kế đòi hỏi số lượng vòng lặp lớn. Để khắc phục nhược điểm này, bài báo đề xuất một mô hình số hiệu quả trong việc tìm nghiệm gần đúng của hệ phương trình phi tuyến xây dựng trên ngôn ngữ lập trình Python. Phương pháp này mô hình hóa dây neo thành các đoạn dây catenary liên tục nối tiếp nhau, thiết lập hệ phương trình phi tuyến dựa trên điều kiện cân bằng tĩnh và giải quyết bằng thuật toán Modified Powell Hybrid thông qua bộ giải fsolve. Kết quả tính toán được kiểm chứng với mô hình FEM cho thấy sai số xấp xỉ 0%, trong khi tốc độ tính toán rất nhanh (khoảng 0,2÷0,3s). Nghiên cứu này cung cấp một công cụ hiệu quả, tin cậy để giải quyết bài toán thiết kế sơ bộ và tối ưu hóa hệ thống neo cũng như tích hợp vào thuật toán tối ưu hệ thống này.

**Từ khóa:** Dây neo, vật treo, vật nổi, mô hình số.

## Abstract

Mooring lines attached with clump weights are effective solutions for controlling the displacement of floating structures and reducing uplift forces at the anchor. However, the geometric discontinuity at the attachment points complicates static analysis. Currently, Finite Element Method (FEM) is widely utilized for the calculation this problem. However, this method is computationally expensive and time-consuming,

especially for design optimization problems that require a large number of iterations. To address this issue, this paper proposes a computational model using an effective Numerical Method built on the Python programming language. This method models the mooring line as a series of continuous catenary segments, establishes a system of nonlinear equations based on static equilibrium conditions, and solves it using the Modified Powell Hybrid algorithm via the fsolve solver. Validation against FEM models shows negligible error (approximately 0%) while achieving superior computational speed (around 0.2÷0.3s). This study provides an efficient and reliable tool for preliminary design and optimization of mooring systems, as well as for integration into system optimization algorithms.

**Keywords:** Mooring line, Clump weight, floating body, Numerical Method.

## 1. Giới thiệu

Trong tính toán, thiết kế hệ thống dây neo vật nổi, đối với các trường hợp tải trọng tác động lên vật nổi lớn hoặc mặt bằng hạn chế, yêu cầu giới hạn độ dịch chuyển của vật nổi, vật treo thường được sử dụng như một giải pháp hữu hiệu. Vật treo thường là các đối trọng bằng kim loại hoặc bê tông cốt thép, được sử dụng để giảm lực nâng tác động lên rùa neo cũng như giảm độ dịch chuyển ngang của vật nổi [1, 2].

Bài toán dây neo có vật treo là một bài toán phức tạp, do quỹ đạo dây neo bị gián đoạn tại vị trí có các vật treo. Vì vậy không có lời giải chính xác để xác định hình dạng dây neo cũng như các đại lượng liên quan như: Lực căng dây, lực nâng rùa, độ dịch chuyển của vật nổi [2, 3]. Hiện nay để tính toán dây neo trong trường hợp này, có hai phương pháp phổ biến đó là: tính toán gần đúng theo các hướng dẫn như của Hải quân Mỹ hay tiêu chuẩn Liên Xô cũ và tính toán bằng phương pháp phần tử hữu hạn.

Việc tính toán dây neo có vật treo bằng phương pháp phần tử hữu hạn đã và đang được sử dụng rộng rãi. Trong rất nhiều công bố, các phần mềm thương mại và các code phổ biến được sử dụng là OpenFAST, NREL FAST, CHARM3D, ANSYS AQWA, SESAM và OrcaFlex [1, 4-8]. Bên cạnh đó SAP2000 cũng bắt đầu sử dụng. Việc tính toán kết quả tính toán sử dụng phần tử cable và bộ giải nonlinear cho kết quả đáng tin cậy [9]. Việc sử dụng các phần mềm trên có ưu điểm là trực quan, cho kết quả chính xác, linh hoạt, phù hợp với hầu hết các bài toán phức tạp. Tuy nhiên việc sử dụng các phần mềm này thường yêu cầu tài nguyên tính toán lớn cũng như chi phí bản quyền cao.

Một hướng tiếp cận khác đó là tự xây dựng các mô đun tính toán bằng phương pháp phần tử hữu hạn thông qua các ngôn ngữ lập trình, cho phép tùy chỉnh tùy theo các bài toán liên quan [10-12]. Tuy nhiên hướng tiếp cận này đòi hỏi người tính toán phải có kiến thức sâu về phương pháp phần tử hữu hạn cũng như lập trình.

Mặc dù phương pháp phần tử hữu hạn (FEM) cho kết quả tin cậy, nhược điểm lớn nhất của nó là yêu cầu tài nguyên tính toán lớn và chi phí bản quyền cao. Điều này trở thành rào cản lớn trong các bài toán tối ưu hóa thiết kế. Các thuật toán tối ưu hóa phổ biến như tối ưu hóa bầy đàn (PSO), tối ưu hóa di truyền (GA), tối ưu hóa vi phân (DE),... cho phép xác định các thông số cơ bản của hệ thống dây neo tối ưu về giá, khối lượng vật liệu hay chuyển vị ngang của vật nổi mà vẫn thỏa mãn các điều kiện ràng buộc về độ bền, biến dạng của như cấu tạo của dây neo tùy theo yêu cầu của bài toán. Thuật toán đưa ra hàng nghìn đến hàng trăm nghìn giải pháp, ứng với mỗi giải pháp các điều kiện ràng buộc được kiểm tra từ đó làm cơ sở đánh giá tìm ra giải pháp tối ưu [13].

Như đã trình bày ở trên, trong các bài toán tối ưu, đối với các dây neo có vật treo, các phần mềm tính toán theo phương pháp phần tử hữu hạn được sử dụng để xác định ứng xử của hệ thống, từ đó đánh giá các điều kiện ràng buộc. Việc tính toán như vậy qua số lượng vòng lặp lớn dẫn đến thời gian tính toán lâu, đòi hỏi tài nguyên tính toán lớn. Vì vậy, việc phát triển một mô hình tính toán hiệu quả cho phép xác định được ứng xử của dây neo có vật treo có thời gian tính toán nhanh với yêu cầu không cao về tài nguyên tính toán là cần thiết.

Bài báo này đề xuất mô hình tính toán bằng phương pháp số xây dựng trên code Python sử dụng hàm fsolve cho phép xác định chính xác ứng xử của dây neo đơn trong trường hợp có vật treo. Các đại lượng quan trọng như lực nâng rùa, lực căng dây,

chuyển vị ngang của vật nổi được xác định. Qua đó có thể áp dụng cho tính toán thiết kế dây neo, đặc biệt là trong tính toán tối ưu dây neo với thời gian tính toán và không yêu cầu cao về tài nguyên tính toán.

## 2. Phương pháp tính

### 2.1. Lý thuyết cơ bản

Các phương trình cơ bản của một dây neo đơn chiều dài  $l$ , trọng lượng  $1m$  dài dưới nước  $w$  chịu tải trọng ngang không đổi  $H$  được thể hiện trong các công thức sau [1, 2, 14]:

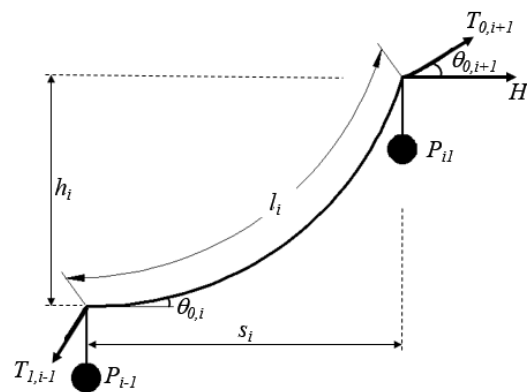
$$z(l) = \frac{wl^2}{2EA_0} + \frac{Hl \tan \theta_0}{2EA_0} + a \sqrt{\left[1 + \left(\frac{l}{a} + \tan \theta_0\right)^2\right]} - \frac{a}{\cos \theta_0} \quad (1)$$

$$x(l) = \frac{Hl}{EA_0} + a \operatorname{arcsinh} \left[ \frac{l}{a} + \tan(\theta_0) \right] - a \operatorname{arcsinh} [\tan(\theta_0)] \quad (2)$$

$$a = \frac{H}{w} \quad (3)$$

Trong đó  $E$  là mô đun đàn hồi của vật liệu,  $A_0$  là diện tích mặt cắt ngang danh định của dây neo và  $\theta_0$  là góc nghiêng của dây neo tại vị trí đầu dây. Trong trường hợp bỏ qua tác dụng của dòng chảy lên dây neo, lực căng tại vị trí bất kỳ dọc dây neo được tính toán theo công thức sau:

$$T(l) = \frac{H}{\cos \theta(l)} = H \sqrt{1 + \left(\frac{l}{a} + \tan(\theta_0)\right)^2} \quad (4)$$



Hình 1. Sơ đồ tính một đoạn dây neo liên tục

Trong tính toán dây neo đơn có vật treo, hình dáng của dây neo bị chia thành các đoạn rời rạc tại các điểm gắn vật treo. Do đó khi tính toán có thể coi mỗi phân

đoạn dây giới hạn giữa hai vị trí gắn vật treo là một đoạn dây neo đơn liên tục. Vị trí gắn vật treo phía dưới có thể coi như “rùa neo ảo” còn vị trí gắn vật treo ở phía trên có thể coi như một “vật nổi ảo”. Trong trường hợp bỏ qua tác động của dòng chảy lên dây neo, giá trị lực ngang tác động lên các vật nổi ảo là bằng nhau và bằng tổng lực ngang tác động lên vật nổi  $H$ , như được thể hiện ở Hình 1. Như vậy với mỗi một đoạn dây neo, các phương trình (1), (2), (3) có thể được sử dụng để mô tả hình dạng.

Để đảm bảo các phân đoạn dây neo làm việc đồng thời, dây neo có tính liên tục, các phương trình sau cần phải thỏa mãn:

$$x_{1,i} = x_{0,i+1} \quad (5)$$

$$z_{1,i} = z_{0,i+1} \quad (6)$$

$$T_{1,i} \cdot \cos \theta_{1,i} - T_{0,i+1} \cdot \cos \theta_{0,i+1} = 0 \quad (7)$$

$$P_i + T_{1,i} \cdot \sin \theta_{1,i} - T_{0,i+1} \cdot \sin \theta_{0,i+1} = 0 \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^n z(l_i) = h \quad (9)$$

Ở đây,  $P_i$  là trọng lượng của vật treo thứ  $i$ . Các đại lượng  $T_{0,i}$ ,  $\theta_{0,i}$ ,  $T_{1,i}$ ,  $\theta_{1,i}$  lần lượt là lực căng, góc nghiêng dây neo tại vị trí đầu và cuối của phân đoạn dây thứ  $i$ .

Các công thức (5) và (6) đảm bảo tọa độ điểm cuối cùng của phân đoạn dây thứ  $i$  và tọa độ điểm đầu tiên của đoạn dây thứ  $i + 1$  là như nhau. Công thức (7) và (8) lần lượt là điều kiện cân bằng lực tại vị trí đặt vật treo theo hai phương  $X$  và  $Z$ . Công thức (9) là điều kiện thể hiện độ sâu khu nước bằng tổng “chiều cao” của mỗi phân đoạn dây, được xác định bằng tọa độ theo phương  $Z$  tại điểm cuối cùng của phân đoạn dây.

## 2.2. Phương pháp tính

Nội dung phần này trình bày phương pháp tính toán dây neo đơn trong trường hợp có vật treo bằng phương pháp số sử dụng hàm fsolve xây dựng trên Python. Như đã trình bày ở trên, mỗi phân đoạn dây có thể coi như một dây neo đơn độc lập. Từ công thức (1) và (2) có thể thấy rằng, trong thiết kế sơ bộ, sau khi đã chọn được đường kính, khối lượng  $1m$  dài dưới nước và chiều dài mỗi đoạn dây, đối với mỗi phân đoạn dây chỉ cần xác định được giá trị góc nghiêng dây neo tại vị trí đầu dây  $\theta_{0,i}$ , hình dạng của đoạn dây có thể tìm được, từ đó có thể xác định được các đại lượng quan trọng khác như lực căng dây, lực nâng,...

Từ các phân tích ở trên, nhóm tác giả đề xuất phương pháp tính toán dây neo có vật treo với các giả thiết cơ bản như sau:

- Chiều sâu khu nước  $h$ , chiều dài mỗi phân đoạn dây  $l_i$  và khối lượng đơn vị dưới nước của  $1m$  dài dây  $w$  và các thông số vật liệu dây neo được ấn định trước. Ấn số cần tìm là góc nghiêng của dây neo tại đầu mỗi phân đoạn;

- Bỏ qua tác động của dòng chảy lên dây neo, dây neo chỉ chịu tác động của tải trọng tĩnh không đổi  $H$  truyền xuống từ vật nổi. Như vậy phương trình (7) luôn thỏa mãn.

- Các phân đoạn dây giới hạn bởi các vị trí đặt vật treo được coi là một đoạn dây neo đơn chịu tải trọng ngang  $H$  tại vị trí cao nhất. Tọa độ điểm thấp nhất của phân đoạn dây thứ  $i$  được lấy bằng tọa độ của điểm cao nhất của phân đoạn dây thứ  $i - 1$ , như đã trình bày ở công thức (5) và (6);

- Khi tính toán cho mỗi phân đoạn dây, góc tọa độ được rời tới vị trí điểm đầu tiên (thấp nhất) của phân đoạn dây;

- Với giả thiết lực ngang do dòng chảy tác động lên mỗi đoạn dây rất nhỏ, được bỏ qua, mối quan hệ giữa góc nghiêng đầu, cuối mỗi phân đoạn được thể hiện ở công thức (10). Từ công thức (4), (8) và (10), mối quan hệ giữa góc nghiêng đầu phân đoạn dây thứ  $i + 1$  và phân đoạn dây thứ  $i$  thu được như trong công thức (11).

$$\theta_{1,i} = \arctan \left( \frac{H \tan \theta_{0,i} + w l_i}{H} \right) \quad (10)$$

$$\theta_{0,i+1} = \arctan \left( \frac{H \tan \theta_{0,i} + w l_i + P_i}{H} \right) \quad (11)$$

- Giá trị góc nghiêng dây neo có thể được giải từ phương trình trong công thức (9). Các phương trình trong công thức (1) và (11) lần lượt biểu diễn chiều cao của mỗi phân đoạn dây và mối quan hệ giữa góc nghiêng đầu các phân đoạn dây. Do đó chỉ cần xác định được góc nghiêng dây neo tại đáy  $\theta_{0,1}$  các góc nghiêng đầu dây của các phân đoạn dây khác có thể được suy ra từ hệ phương trình (12). Từ đó hình dạng của cả dây neo được xác định.

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n z(l_i) = h \\ \theta_{0,i+1} = \arctan \left( \frac{H \tan \theta_{0,i} + w l_i + P_i}{H} \right) \end{cases} \quad (12)$$

- Hệ phương trình (12) là hệ phương trình chủ đạo cần được giải để thu được hình dạng và ứng xử của dây neo trong trường hợp có vật treo. Đây chính

là nội dung cốt lõi của phương pháp được đề xuất trong bài báo này.

Như đã trình bày ở trên, hệ phương trình (12) là hệ phương trình phi tuyến phức tạp chỉ có thể thu được lời giải bằng phương pháp số. Trong nội dung bài báo này, nhóm tác giả đề xuất sử dụng bộ giải fsolve - một bộ giải miễn phí thuộc thư viện mã nguồn mở SciPy (Python). Đây là công cụ chuyên dụng để tìm nghiệm của hệ phương trình phi tuyến, được xây dựng dựa trên thuật toán Modified Powell Hybrid. Về nguyên tắc, đây là một phương pháp số dạng lặp (iterative method) kết hợp ưu điểm giữa tốc độ hội tụ bậc hai của phương pháp Newton-Raphson và tính ổn định toàn cục của phương pháp Gradient (Steepest Descent). Cụ thể, thuật toán sử dụng cơ chế "vùng tin cậy" (trust region) để tự động điều chỉnh chiến lược tìm kiếm tại mỗi bước lặp qua đó giúp fsolve khắc phục được nhược điểm dễ bị phân kỳ của phương pháp Newton truyền thống khi giải các bài toán có tính phi tuyến cao.

Fsolve có ưu điểm là miễn phí, tốc độ hội tụ, xử lý nhanh, ổn định, kết quả đáng tin cậy. Chính vì vậy fsolve rất phù hợp với bài toán cân bằng tĩnh của dây neo trong trường hợp có vật treo.

Như vậy, các bước cụ thể của thuật toán như sau:

- (1) Xác định số liệu đầu vào: Chiều sâu khu nước  $h$ , tải trọng ngang  $H$ ;
- (2) Ấn định số liệu đầu vào: Chiều dài dây neo  $l$ , bán kính dây neo  $d$ , số lượng, vị trí và trọng lượng của vật treo  $P_i, l_i$ ;
- (3) Thiết lập hệ phương trình phi tuyến cân bằng tĩnh dựa như công thức (12);
- (4) Sử dụng fsolve để giải hệ phương trình phi tuyến và xuất kết quả bao gồm lực căng dây tại các vị đặc biệt, lực nâng rùa neo, góc nghiêng dây neo,...

### 3. Ví dụ tính toán

Nội dung phần này sẽ trình bày các ví dụ tính toán để kiểm tra tính khả thi và đúng đắn của phương pháp tính toán được đề xuất ở trên. Kết quả tính toán được kiểm chuẩn bằng cách so sánh với kết quả sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn đã được công bố trong các bài báo trước đó [9, 10].

#### 3.1. Ví dụ 1: Tính toán dây neo đơn có 1 vật treo

Ở ví dụ này, dây neo đơn của vật nổi có gắn vật treo được xem xét với các thông số cho ở Bảng 1. Vật treo được đặt cách rùa neo 5m dọc theo chiều dài dây. Dây neo sử dụng làm bằng vật liệu thép có mô đun đàn hồi  $E = 2,1e7 (T/m^2)$ .

**Bảng 1. Thông số đầu vào của ví dụ 1**

Tham số	Giá trị	Đơn vị
Chiều dài dây neo $l$	20,0	m
Dường kính dây neo $d$	0,1	m
Chiều sâu nước $h$	9,5	m
Tải trọng ngang $H$	2,0	T
Trọng lượng vật treo $P_1$	0,5	T

Đối với trường hợp có 1 vật treo, dây neo được chia làm 2 đoạn  $l_1=5m, l_2=15m$ . Hệ phương trình áp dụng cho tính toán được biểu diễn như sau:

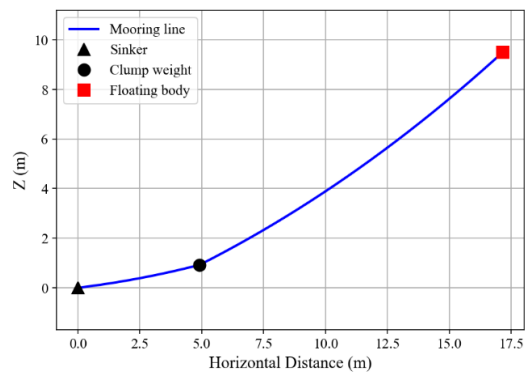
$$\begin{cases} z(l_1) + z(l_2) = h \\ \theta_{0,2} = \arctan\left(\frac{H \tan \theta_{0,1} + w l_1 + P_1}{H}\right) \end{cases} \quad (13)$$

Trong đó  $z(l_i)$  được tính toán cụ thể theo công thức (1).  $\theta_{0,1}$  là góc nghiêng dây neo tại đáy,  $\theta_{0,2}$  là góc nghiêng tại đầu phân đoạn dây thứ 2 (vị trí gắn vật treo).

Hệ phương trình trên được giải bằng hàm fsolve, với gợi ý nghiệm là 0,314rad. Kết quả tính toán cho ở Bảng 2. Thời gian tính toán là khoảng 0,2s. Bên cạnh đó, so sánh với kết quả tính toán bằng phương pháp phần tử hữu hạn cho thấy, kết quả thu được từ phương pháp đề xuất trong bài báo này hoàn toàn khớp so với kết quả thu được từ phương pháp phần tử hữu hạn.

**Bảng 2. Kết quả tính toán của ví dụ 1**

Tham số	Giá trị		Sai số (%)
	fsolve	FEM	
$\theta_{0,1}(\text{rad})$	0,120	0,120	0.0
$T_{0,1}(\text{T})$	2,01	2,01	0.0
$\theta_{0,2}(\text{rad})$	0,468	0,468	0.0
$T_{1,2}(\text{T})$	2,70	2,70	0.0
$S(\text{m})$	17,16	17,16	0.0



**Hình 2. Hình dạng của dây neo có 1 vật treo**

Hình 2 thể hiện hình dạng của dây neo. Có thể thấy rằng tại vị trí đặt vật treo, dây neo bị chia thành hai phân đoạn dây rất rõ ràng. Khoảng cách theo phương đứng tính từ vị trí rùa neo đến vật nổi thu được bằng 9,5m, đúng bằng chiều sâu nước. Qua đó khẳng định tính đúng đắn của kết quả, mô hình được kiểm chuẩn.

### 3.2. Ví dụ 2: Tính toán dây neo có 2 vật treo

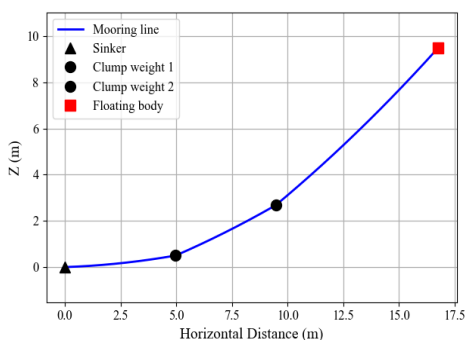
Mục này trình bày nội dung tính toán dây neo đơn trong trường hợp có 2 vật treo. Các thông số của dây neo tương tự như trong ví dụ 1, thêm một vật treo  $P_2=0,5T$  được gắn vào dây neo tại vị trí cách vật treo thứ nhất một đoạn 5m dọc theo chiều dài dây. Dây được chia làm 3 phân đoạn  $l_1=5m, l_2=5m, l_3=10m$ . Hệ phương trình áp dụng cho trường hợp này như sau:

$$\begin{cases} z(l_1) + z(l_2) + z(l_3) = h \\ \theta_{0,2} = \arctan\left(\frac{H \tan \theta_{0,1} + w l_1 + P_1}{H}\right) \\ \theta_{0,3} = \arctan\left(\frac{H \tan \theta_{0,2} + w l_2 + P_2}{H}\right) \end{cases} \quad (14)$$

Hệ phương trình trên cũng được giải bằng hàm fsolve, với gọi ý nghiệm là 0,314rad. Kết quả tính toán cho ở Bảng 3 và Hình 3 cho thấy kết quả của phương pháp đề xuất gần như khớp hoàn toàn với kết quả thu được từ phương pháp phần tử hữu hạn (sai số lớn nhất là 0,6%), hình dạng dây neo thu được là hợp lý.

**Bảng 3. Kết quả tính toán của ví dụ 2**

Tham số	Giá trị		Sai số (%)
	fsolve	FEM	
$\theta_{0,1}(\text{rad})$	0,0336	0,0334	0,6
$T_{0,1}(\text{T})$	2,00	2,00	0,0
$T_{1,3}(\text{T})$	2,93	2,93	0,0
$S(\text{m})$	16,77	16,77	0,0



**Hình 3. Hình dạng của dây neo trường hợp có 2 vật treo**

### 3.3. Ví dụ 3: Tính toán dây neo đơn có 3 vật treo

Để kiểm nghiệm khả năng áp dụng của phương pháp, phần này trình bày nội dung tính toán dây neo

đơn trong trường hợp có 3 vật treo. Kết quả thu được sẽ được đối sánh với kết quả thu được từ mô hình Sap2000 xây dựng dựa trên cơ sở của công bố số [9].

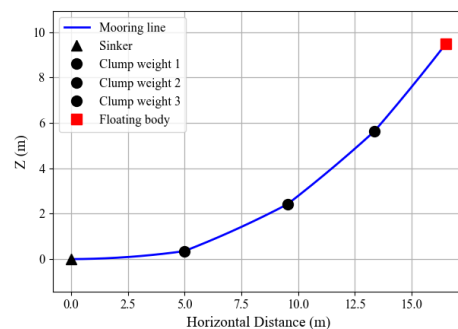
Các thông số của dây neo tương tự như trong ví dụ 2, thêm một vật treo  $P_3=0,5T$  được gắn vào dây neo tại vị trí cách vật treo thứ hai một đoạn 5m dọc theo chiều dài dây. Dây được chia làm 3 phân đoạn  $l_1=5m, l_2=5m, l_3=5m, l_4=5m$ . Hệ phương trình áp dụng cho trường hợp này như sau:

$$\begin{cases} z(l_1) + z(l_2) + z(l_3) + z(l_4) = h \\ \theta_{0,2} = \arctan\left(\frac{H \tan \theta_{0,1} + w l_1 + P_1}{H}\right) \\ \theta_{0,3} = \arctan\left(\frac{H \tan \theta_{0,2} + w l_2 + P_2}{H}\right) \\ \theta_{0,4} = \arctan\left(\frac{H \tan \theta_{0,3} + w l_3 + P_3}{H}\right) \end{cases} \quad (15)$$

Hệ phương trình trên cũng được giải bằng hàm fsolve, với gọi ý nghiệm là 0,314rad. Kết quả tính toán cho ở Bảng 4 và Hình 4 cho thấy kết quả của phương pháp đề xuất khớp hoàn toàn với kết quả thu được từ phương pháp phần tử hữu hạn, hình dạng dây neo thu được là hợp lý. Một điều đáng lưu ý là ở 2 ví dụ 2 và 3 đều có thời gian tính toán rất nhanh, khoảng 0,3s. Từ đó có thể kết luận phương pháp đề xuất hoàn toàn phù hợp với bài toán tĩnh của dây neo đơn chịu tải trọng ngang không đổi với số lượng vật treo bất kỳ.

**Bảng 4. Kết quả tính toán của ví dụ 3**

Tham số	Giá trị		Sai số (%)
	fsolve	FEM	
$\theta_{0,1}(\text{rad})$	0,0032	0,0032	0,0
$T_{0,1}(\text{T})$	2,00	2,00	0,0
$T_{1,4}(\text{T})$	3,27	3,27	0,0
$S(\text{m})$	16,53	16,53	0,0



**Hình 4. Hình dạng của dây neo trường hợp có 3 vật treo**

## 4. Kết luận

Bài báo đã đề xuất thuật toán sử dụng mô hình số hiệu quả trong việc tìm nghiệm gần đúng của hệ phương trình phi tuyến xây dựng trên nền tảng Python

để giải quyết bài toán phân tích tĩnh dây neo đơn có gắn vật treo. Thuật toán được minh họa với ba trường hợp có một, hai và ba vật treo. Kết quả tính toán từ phương pháp đề xuất đã được kiểm chuẩn bằng cách so sánh, đối chứng với kết quả thu được từ phương pháp phần tử hữu hạn. Việc so sánh cho thấy kết quả của hai phương pháp là hoàn toàn như nhau. Dựa trên các kết quả tính toán và so sánh đối chứng, nghiên cứu rút ra các kết luận chính sau:

- Phương pháp đề xuất giải quyết triệt để vấn đề gián đoạn hình học của dây neo tại các vị trí treo vật. Việc sử dụng bộ giải fsolve với thuật toán Modified Powell Hybrid cho phép giải hệ phương trình phi tuyến một cách nhanh chóng và ổn định mà không cần các bước lặp thủ công phức tạp.

- Độ tin cậy của thuật toán đã được kiểm chứng thông qua so sánh với phương pháp phần tử hữu hạn (FEM). Kết quả cho thấy các thông số quan trọng như lực căng, góc nghiêng và hình dáng dây neo là hoàn toàn trùng khớp.

- Ưu điểm vượt trội của mô hình này là công cụ miễn phí, tốc độ tính toán cực nhanh và yêu cầu tài nguyên máy tính thấp (kết quả thu được chỉ sau khoảng 0,2÷0,3s). Điều này đặc biệt có ý nghĩa trong các bài toán thiết kế tối ưu (sử dụng các thuật toán như PSO, GA) nơi cần thực hiện hàng nghìn phép tính lặp lại, giúp tiết kiệm chi phí thời gian và bản quyền phần mềm so với việc sử dụng các phần mềm thương mại.

Trong tương lai, mô hình này có thể được mở rộng để phân tích cho hệ thống neo đa thành phần phức tạp hơn, tải trọng phức tạp hơn có kể đến tác động của dòng chảy, tải trọng động hoặc tích hợp vào các module tính toán tối ưu hóa tự động cho công trình nổi.

### Lời cảm ơn

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Trường Đại học Hàng hải Việt Nam trong đề tài mã số: **DT25-26.103**.

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Shengjie Rui et al. (2024), *A review on mooring lines and anchors of floating marine structures*, Renewable and Sustainable Energy Reviews, Vol.199, 114547.  
doi: 10.1016/j.rser.2024.114547.

[2] H. O. Berteaux (1976), *Buoy Engineering (Ocean Engineering; a Wiley Series)*. John Wiley and Sons.

[3] Kai-Tung Ma, Yong Luo, Thomas Kwan, and Yongyan Wu (2019), *Chapter 9 - Hardware—off-vessel components*, in *Mooring System Engineering for Offshore Structures*, K.-T. Ma, Y.

Luo, T. Kwan, and Y. Wu Eds.: Gulf Professional Publishing, pp.175-198.

- [4] Kai-Tung Ma, Yong Luo, Thomas Kwan, and Yongyan Wu (2019), *Chapter 5 - Mooring analysis*, in *Mooring System Engineering for Offshore Structures*, K.-T. Ma, Y. Luo, T. Kwan, and Y. Wu Eds.: Gulf Professional Publishing, pp.85-114.
- [5] Zhenqing Liu, Yuangang Tu, Wei Wang, and Guowei Qian (2019), *Numerical Analysis of a Catenary Mooring System Attached by Clump Masses for Improving the Wave-Resistance Ability of a Spar Buoy-Type Floating Offshore Wind Turbine*, Applied Sciences, Vol.9(6).  
doi: 10.3390/app9061075.
- [6] Chiemela Victor Amaechi, Agbomerie Charles Odijie, Facheng Wang, and Jianqiao Ye (2022), *Numerical investigation on mooring line configurations of a Paired Column Semisubmersible for its global performance in deep water condition*, Ocean Engineering, Vol.250, p. 110572.  
doi: 10.1016/j.oceaneng.2022.110572.
- [7] Jiawen Li, Hongli Zuo, Jingjing Zuo, Yichen Jiang, and Shi Liu (2024), *Study on the mooring systems attaching clump weights and heavy chains for improving the typhoon resistance of floating offshore wind turbines*, Ocean Engineering, Vol.311, p. 118734.  
doi: 10.1016/j.oceaneng.2024.118734.
- [8] Tomas Lopez-Olocco et al. (2022), *Experimental and Numerical Study of the Influence of Clumped Weights on a Scaled Mooring Line*, Journal of Marine Science and Engineering, Vol.10, No.5.  
doi: 10.3390/jmse10050676.
- [9] Pham Quoc Hoan and Doan Dac Thanh (2025), *Study on the calculation of mooring line with clump weights for a floating structure using nonlinear analysis in sap2000*, TNU Journal of Science and Technology, Vol.230(10), pp.392-398.  
<https://doi.org/10.34238/tnu-jst.12634>
- [10] Dao Van Tuan (2024), *Calculation of mooring lines with hanging objects by finite element method (in Vietnamese)*, Transport Magazine, Vol. 743(7/2024).
- [11] Đào Văn Tuấn (2024), *Nghiên cứu tính toán dây neo phao báo hiệu có vật treo bằng phương pháp phần tử hữu hạn*, Đề tài NCKH cấp trường: Trường Đại học Hàng hải Việt Nam.

- [12] Dao Van Tuan (2021), *Analysis of anchor cables under dynamic loads using finite element method (in Vietnamese)*, Transport Magazine (4/2021).
- [13] Idris Ahmed Ja'e, Montasir Osman Ahmed Ali, Anurag Yenduri, Zafarullah Nizamani, and Akihiko Nakayama (2022), *Optimisation of mooring line parameters for offshore floating structures: A review paper*, Ocean Engineering, Vol.247, p. 110644.  
doi: 10.1016/j.oceaneng.2022.110644.
- [14] Xuan Truong Nguyen and Quoc Hoan Pham (2025), *On the Optimization of Mooring Lines for Floating Structures Considering the Role of Sinker Mass*, International Journal of Marine Science and Technology, Vol.1(1), pp.31-35.  
doi: 10.65154/ijmst.17.

Ngày nhận bài:	15/01/2026
Ngày nhận bản sửa:	22/01/2026
Ngày duyệt đăng:	24/01/2026