

ĐIỀU KHIỂN CUỐN CHIẾU THÍCH NGHI TÍCH HỢP MẠNG NƠ RON CHO CÁC HỆ ĐỘNG LỰC

ADAPTIVE NEURAL BACK-STEPPING CONTROL OF DYNAMICAL SYSTEMS

LÊ ANH TUẤN

Viện Cơ khí, Trường Đại học Hàng hải Việt Nam

Email liên hệ: tuanla.ck@vimaru.edu.vn

DOI: <https://doi.org/10.65154/jmst.912>

Tóm tắt

Chúng tôi xây dựng một hệ thống điều khiển thích nghi cho các hệ động lực phi tuyến chứa các yếu tố bất định trong trường hợp tổng quát. Kỹ thuật cuộn chiếu back-stepping dùng để thiết kế cấu trúc của bộ điều khiển trong khi mạng nơ ron RBF dùng để tổng hợp cơ cấu thích nghi. Bằng cách này, hệ thống điều khiển dẫn động tốt hệ động lực mà không cần nhiều thông tin mô hình hệ động lực. Ví dụ áp dụng cho con lắc ngược bằng mô phỏng số cho thấy hiệu quả của hướng điều khiển đề xuất.

Từ khóa: Điều khiển cuộn chiếu, điều khiển thích nghi, mạng nơ ron RBF, hệ động lực, con lắc ngược.

Abstract

We propose an adaptive control system for a class of dynamic nonlinear system in the face of uncertainties. The back-stepping technique is used for building the control core while the adaptive behavior of the system comes from an adaptation mechanism. On the basis of RBF neural network approach, such mechanism approximates the complex unknowns of the system dynamics then provides to the controller to track the system outputs. As a result, the controller works well even lack of much knowledge of dynamic plants. The effectiveness of proposed control system is validated by numerical simulation on a platform of an inverted pendulum.

Keywords: Back-stepping control, dynamic system, radial basis function (RBF), neural networks.

1. Đặt vấn đề

Các máy móc và thiết bị kể cả dân dụng lẫn công nghiệp nhìn chung đều là những hệ cơ học (Mechanical systems) [1], được cung cấp năng lượng

ban đầu để hoạt động. Khâu đầu tiên của một hệ động lực (dynamical systems) [2] là động cơ biến nguồn năng lượng ngoài như điện năng (động cơ điện), hóa năng (động cơ đốt trong) thành cơ năng, truyền đến cơ cấu chấp hành để sinh công có ích. Tính chất và trạng thái hoạt động của một hệ động lực được biểu diễn dưới dạng (hệ) phương trình vi phân (PTVP) phi tuyến cấp hai của các tọa độ suy rộng (hay tín hiệu ra). Lý do dẫn đến mô hình toán như vậy là do các PTVP cấp hai có yếu tố gia tốc thiết lập dựa trên định luật Newton, các phương trình của Euler và Lagrange. Như sẽ thấy trong mục 2, hệ PTVP cấp hai có thể chuyển thành gấp đôi số PTVP cấp một. Điều này thuận tiện cho việc thiết kế các thuật toán điều khiển.

Nhìn chung, hiểu rõ mô hình toán của đối tượng điều khiển, cung cấp càng nhiều thông tin về đối tượng điều khiển cho hệ thống điều khiển thì nó làm việc càng chính xác. Các kỹ thuật điều khiển như thế được gọi là điều khiển hướng mô hình (model-oriented control) [3]. Như vậy, nguyên tắc hồi tiếp là nguyên tắc cơ bản, cốt lõi của một hệ thống điều khiển. Thông tin phản hồi (feedback signals) càng đầy đủ, hệ thống điều khiển làm việc càng hiệu quả.

Điều khiển cuộn chiếu (back-stepping control) dùng cho các hệ phi tuyến dựa trên sự hội tụ các hàm Lyapunov xếp chồng [4]. Phương pháp này dùng rộng rãi trong các hệ kỹ thuật, từ hệ điện thuần túy [5], đến các hệ cơ điện phức tạp như UAV [6]. “Back-stepping” có các ưu điểm: (1) Bền vững, khả năng chống lại nhiễu ngoài và biến đổi tham số của hệ; (2) Đáp ứng nhanh và chính xác; (3) Phù hợp với các hệ phi tuyến mạnh. Tuy nhiên, vẫn tồn tại một số thách thức: (1) Thiết kế phức tạp, cấu trúc luật điều khiển cồng kềnh; (2) Yêu cầu hệ hồi tiếp toàn phần (full states feedback). Ý tưởng cơ bản của điều khiển cuộn chiếu là tách hệ phi tuyến thành chuỗi các hệ con. Sau đó, thiết kế bộ điều khiển ổn định tăng dần từ hệ con cuối cùng ngược trở lại hệ ban đầu. Các công cụ chính của kỹ thuật này gồm hội tụ Lyapunov, luật điều khiển

ảo, và ổn định đệ quy. Thiết kế như vậy có tính hệ thống, chia hệ phức tạp thành các hệ con, dễ kiểm soát hơn, và sử dụng hàm Lyapunov để đảm bảo tính ổn định ở mỗi bước. Giống như các kỹ thuật điều khiển phi tuyến khác, nó đòi hỏi tính chính xác cũng như nhiều thông tin mô hình toán hệ động lực. Tích hợp các kỹ thuật thích nghi, như ước lượng mạng nơ ron, có thể giải quyết được vấn đề thiếu thông tin hệ động lực nhưng vẫn đảm bảo yêu cầu về hệ thống điều khiển [7].

Ước lượng và bù thông tin mô hình toán bằng kỹ thuật mạng nơ ron không phải là mới. Tuy nhiên, hiệu quả của nó với các hệ thiếu thông tin và hướng đến tính thông minh là thực sự ấn tượng. Trong nghiên cứu này, chúng tôi tận dụng ưu điểm của các kỹ thuật điều khiển khác nhau bằng cách phối hợp chúng trong thiết kế các thành phần của hệ thống điều khiển. Lỗi của bộ điều khiển dựa trên kỹ thuật back-stepping giải quyết tốt vấn đề khử phi tuyến mạnh của đối tượng điều khiển. Sự kết hợp của ước lượng mạng nơ ron RBF làm tăng tính thích nghi của hệ thống điều khiển, nó bù hầu hết các phần phi tuyến, phần bất ổn bên trong đối tượng điều khiển. Sự mở rộng này tạo ra một hệ thống điều khiển vừa giải quyết tốt vấn đề phi tuyến vừa tăng tính thích ứng của hệ. Chúng ta sẽ thấy rõ hơn ưu điểm này qua phân tích ở mục 3.

Bài báo được cấu trúc thành sáu phần. Sau mục 1 phân tích tổng quan và đề xuất ý tưởng nghiên cứu, mục 2 mô tả mô hình toán hệ động lực dạng tổng quát của hệ PTVP cấp 1 hoặc cấp 2, thuộc tính tín hiệu điều khiển và các đáp ứng đầu ra. Mục 3 mô tả đặc điểm của hệ thống điều khiển thích nghi cuốn chiếu dưới dạng sơ đồ khối. Đặc điểm của các thành phần chính gồm bộ điều khiển back-stepping, bộ ước lượng thích nghi dùng mạng nơ ron RBF, các lưu ý khi thiết kế. Mục 4 xây dựng luật điều khiển back-stepping để dẫn động các tín hiệu ra của hệ động lực đến các quỹ đạo tham chiếu, phân tích hội tụ của đáp ứng. Mục 5 thiết kế bộ ước lượng thích nghi, thuật toán xấp xỉ dùng kỹ thuật mạng nơ ron RBNN để bù phần thông tin thiếu của mô hình hệ động lực. Phân tích ổn định của đáp ứng và hội tụ của sai số ước lượng dựa trên kỹ thuật Lyapunov cũng được thảo luận chi tiết. Mục 5 thử nghiệm hệ thống điều khiển cho một đối tượng cụ thể bằng mô phỏng số. Sau cùng, mục 6 thảo luận các kết quả đạt được, khuyến nghị, và các hướng nghiên cứu tiếp theo.

2. Mô hình toán hệ động lực

Các cơ hệ chuyển động thường được mô tả bằng

hệ phương trình vi phân cấp hai:

$$\mathbf{a}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{b}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{c}(\mathbf{q}) = \mathbf{u} \quad (1)$$

với $\mathbf{q}(t) \in R^n$ là n tọa độ suy rộng cũng là n tín hiệu ra hay đáp ứng của hệ dưới tác động của $m \leq n$ tín hiệu vào $\mathbf{u} = [\mathbf{w} \quad \mathbf{0}_{(n-m) \times 1}]^T \in R^n$ trong đó $\mathbf{w} \in R^m$ hay tín hiệu điều khiển tác động lên hệ, $\mathbf{a} = \mathbf{a}^T \in R^{n \times n}$ là ma trận khối lượng đối xứng, xác định dương, $\mathbf{b}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in R^{n \times n}$ là ma trận cản, và $\mathbf{c}(\mathbf{q}) \in R^n$ là véc tơ trọng trường.

Chúng ta có thể chuyển mô hình động lực cấp hai (1) về dạng hệ động lực cấp một như sau:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_1 &= \mathbf{x}_2 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 &= \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u} \end{aligned} \quad (2)$$

bằng cách đặt các biến trạng thái $\mathbf{x}_1 = \mathbf{q}(t)$ và

$\mathbf{x}_2 = \dot{\mathbf{q}}(t)$. Ở đây, $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1 \quad \mathbf{x}_2]^T = [\mathbf{q} \quad \dot{\mathbf{q}}]^T \in R^{2n}$ là

tập các biến trạng thái,

$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = -\mathbf{a}^{-1}(\mathbf{x}_1)[\mathbf{b}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)\mathbf{x}_2 + \mathbf{c}(\mathbf{x}_1)] \in R^n$ và

$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{a}^{-1}(\mathbf{x}_1) \in R^n$ là các hàm phi tuyến phức hợp.

3. Hệ thống điều khiển thích nghi cuốn chiếu back-stepping tích hợp mạng nơ ron

Sơ đồ khối hệ thống điều khiển thích nghi back-stepping với mạng nơ ron được thể hiện trên hình 1.

Tín hiệu điều khiển $\mathbf{u}(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}, t)$ được thiết kế để dẫn

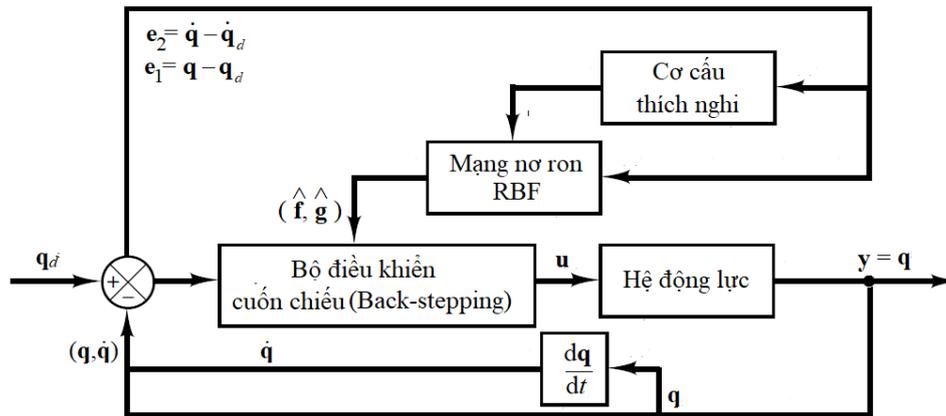
trạng thái $(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$ của hệ động lực đến đích

$(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d) = (\mathbf{x}_{1d}, \mathbf{x}_{2d})$. Hệ động lực làm việc trong môi

trường bất định và bản thân hệ cũng chứa nhiều yếu tố bất định (uncertainties). Hệ thống điều khiển làm việc tốt trong điều kiện như vậy đảm bảo tính thích nghi. Bộ điều khiển không cần biết quá nhiều thông tin về hệ động lực (2) nhưng vẫn đảm bảo sự dẫn động tốt các đáp ứng $\mathbf{y} = \mathbf{q}$ của hệ.

Hệ động lực (2) chứa các yếu tố bất định trong hai thành phần phức tạp nhất là $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ và $\mathbf{g}(\mathbf{q})$.

Các yếu tố phi tuyến, các thành phần hồi tiếp, các yếu tố bất định đều quy tụ trong hai thành phần này. Bộ



Hình 1. Sơ đồ khối hệ thống điều khiển

điều khiển cuốn chiếu không cần thông tin $f(\mathbf{x})$ và $g(\mathbf{q})$ của hệ động lực (1) hoặc (2), các thành phần này được nội suy từ tín hiệu ra \mathbf{q} bằng cơ cấu thích nghi sử dụng kỹ thuật mạng nơ ron RBF. Các xấp xỉ \hat{f} và \hat{g} lần lượt của $f(\mathbf{x})$ và $g(\mathbf{q})$ được cung cấp cho bộ điều khiển back-stepping để đưa ra quyết định điều khiển $\mathbf{u}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$ hợp lý. Chúng ta thiết kế và phân tích hai thành phần chính của hệ thống điều khiển nói trên gồm bộ điều khiển cuốn chiếu và cơ cấu thích nghi RBF qua các mục 4 và 5 tiếp sau đây.

4. Bộ điều khiển cuốn chiếu back-stepping

Ta thiết kế luật điều khiển cuốn chiếu để tín hiệu ra $\mathbf{q}(t)$ bám quỹ đạo $\mathbf{q}_d(t)$. Nói cách khác, xuất phát từ mục tiêu điều khiển trạng thái \mathbf{x}_1 đến \mathbf{x}_{1d} ứng với sai lệch bám dừng $\mathbf{e}_1(t) = \mathbf{x}_1(t) - \mathbf{x}_{1d}(t) = \mathbf{q}(t) - \mathbf{q}_d(t)$ tiến đến không, chúng ta bắt đầu bước một của kỹ thuật cuốn chiếu back-stepping với hàm Lyapunov:

$$V_1 = 0.5\mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 > 0 \quad (3)$$

có đạo hàm theo thời gian:

$$\dot{V}_1(t) = \mathbf{e}_1^T \dot{\mathbf{e}}_1 = \mathbf{e}_1^T (\dot{\mathbf{x}}_1 - \dot{\mathbf{x}}_{1d}) = \mathbf{e}_1^T (\mathbf{x}_2 - \dot{\mathbf{x}}_{1d}). \quad (4)$$

Chọn thành phần quy đổi $\mathbf{x}_2 - \dot{\mathbf{x}}_{1d} = -\mathbf{K}_1 \mathbf{e}_1$ với

ma trận tham số $\mathbf{K}_1 = \text{diag}(k_{11}, k_{12}, \dots, k_{1n}) \in R^{n \times n}$ là ma trận đường chéo chứa các hệ số dương $k_{1n} > 0$. Điều này dẫn đạo hàm Lyapunov (4) tới:

$$\dot{V}_1(t) = -\mathbf{e}_1^T \mathbf{K}_1 \mathbf{e}_1 < 0. \quad (5)$$

Ở bước hai, xuất phát từ $\mathbf{x}_2 - \dot{\mathbf{x}}_{1d} = -\mathbf{K}_1 \mathbf{e}_1$ hay

$\mathbf{x}_2 = \dot{\mathbf{x}}_{1d} - \mathbf{K}_1 \mathbf{e}_1$, ta chọn luật điều khiển trung gian:

$$\mathbf{x}_{2d} = \dot{\mathbf{x}}_{1d} - \mathbf{K}_1 \mathbf{e}_1 \quad (6)$$

để dẫn động \mathbf{x}_2 đến \mathbf{x}_{2d} (hay $\dot{\mathbf{q}}$ đến $\dot{\mathbf{q}}_d$), ứng với sai lệch bám dừng:

$$\mathbf{e}_2(t) = \mathbf{x}_2(t) - \mathbf{x}_{2d}(t) = \dot{\mathbf{q}}(t) - \dot{\mathbf{q}}_d(t) \quad (7)$$

hội tụ đến không, ta chọn hàm Lyapunov thứ hai có dạng:

$$V_2 = V_1 + 0.5\mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2 = 0.5(\mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2) \quad (8)$$

có đạo hàm theo thời gian:

$$\dot{V}_2 = \mathbf{e}_1^T \dot{\mathbf{e}}_1 + \mathbf{e}_2^T \dot{\mathbf{e}}_2 \quad (9)$$

mà dẫn đến:

$$\dot{V}_2 = \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_1^T \mathbf{K}_1 \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2^T [\mathbf{f} + \hat{\mathbf{g}}\mathbf{u} + (\mathbf{g} - \hat{\mathbf{g}})\mathbf{u} - \dot{\mathbf{x}}_{2d}] \quad (10)$$

vì $\dot{\mathbf{e}}_1 = \dot{\mathbf{x}}_1 - \dot{\mathbf{x}}_{1d} = \mathbf{x}_2 - \dot{\mathbf{x}}_{1d} = \mathbf{e}_2 + \mathbf{x}_{2d} - \dot{\mathbf{x}}_{1d}$ (Xem

biểu thức 7) và $\dot{\mathbf{e}}_2 = \dot{\mathbf{x}}_2 - \dot{\mathbf{x}}_{2d} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u} - \dot{\mathbf{x}}_{2d}$

(Xem biểu thức 2). Ở đây, $\hat{\mathbf{g}}$ là ước lượng của \mathbf{g} . Để

đảm bảo $\dot{V}_2 < 0$, luật điều khiển cuốn chiếu được đề xuất như sau:

$$\mathbf{u} = (\dot{\mathbf{x}}_{2d} - \mathbf{K}_2 \mathbf{e}_2 - \hat{\mathbf{f}} - \mathbf{e}_1) \oslash \hat{\mathbf{g}} \quad (11)$$

với $\hat{\mathbf{f}}$ là xấp xỉ của \mathbf{f} , \oslash thể hiện phép chia

Hadamard của hai véc tơ [8].
 $\mathbf{K}_2 = \text{diag}(K_{21}, K_{22}, \dots, K_{2n}) \in R^{n \times n}$ là ma trận đường chéo các tham số dương $K_{2i} > 0$.

Tương ứng với luật điều khiển back-stepping (11), đạo hàm Lyapunov (10) biến đổi thành:

$$\dot{V}_2 = -\mathbf{e}_1^T \mathbf{K}_1 \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2^T \mathbf{K}_2 \mathbf{e}_2 + (\mathbf{e}_2 \otimes \tilde{\mathbf{g}})^T \mathbf{u} + \mathbf{e}_2^T \tilde{\mathbf{f}} \quad (12)$$

với $\tilde{\mathbf{g}} = \mathbf{g} - \hat{\mathbf{g}}$ và $\tilde{\mathbf{f}} = \mathbf{f} - \hat{\mathbf{f}}$ là các sai số ước lượng của các hàm \mathbf{f} và \mathbf{g} , \otimes là tích Hadamard của hai véc tơ cùng kích thước [6].

Trường hợp rõ mô hình toán, nghĩa là \mathbf{f} và \mathbf{g} được cung cấp đầy đủ, hay $\tilde{\mathbf{f}}$ và $\tilde{\mathbf{g}}$ tiến đến không, thì dẫn tới đạo hàm Lyapunov (12) âm:

$$\dot{V}_2 = -\mathbf{e}_1^T \mathbf{K}_1 \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2^T \mathbf{K}_2 \mathbf{e}_2 \leq 0 \quad (13)$$

Điều này đồng nghĩa với $\mathbf{e}_1 \rightarrow \mathbf{0}$ và $\mathbf{e}_2 \rightarrow \mathbf{0}$.

Như thế, các đáp ứng đầu ra hay \mathbf{q} và $\dot{\mathbf{q}}$ của hệ động lực hội tụ đến đích \mathbf{q}_d và $\dot{\mathbf{q}}_d$.

5. Cơ cấu thích nghi

Trường hợp lý tưởng là trường hợp hệ thống điều khiển nắm rõ bản chất của hệ động lực. Nói cách khác, bộ điều khiển cuốn chiếu (11) được cung cấp đầy đủ thông tin của đối tượng điều khiển, nghĩa là đã rõ \mathbf{f} và \mathbf{g} . Yếu tố thích nghi ở đây được xác định là bộ điều khiển vẫn làm việc tốt bất chấp nó không nắm được nhiều thông tin của đối tượng điều khiển, nó xấp xỉ, ước lượng mô hình toán của đối tượng điều khiển, mà cụ thể ở đây là hai thành phần phức hợp $\hat{\mathbf{f}}$ và $\hat{\mathbf{g}}$

dựa vào quan sát thu thập các phản ứng đầu ra $\mathbf{y}=\mathbf{q}$ của đối tượng điều khiển (Xem sơ đồ khối trên hình 1). Bằng kỹ thuật mạng nơ ron cơ bản hướng kính RBNN (radial basis neural network), chúng tôi dùng hai kiểu hàm kích hoạt để xấp xỉ \mathbf{f} và \mathbf{g} có dạng:

$$\hat{\mathbf{f}} = \hat{\mathbf{W}}_1 \mathbf{h}_1 + \varepsilon_1(\mathbf{z}) \quad (14)$$

và

$$\hat{\mathbf{g}} = \hat{\mathbf{W}}_2 \mathbf{h}_2 + \varepsilon_2(\mathbf{z}) \quad (15)$$

với $\hat{\mathbf{W}}_1 \in R^{n \times m}$ và $\hat{\mathbf{W}}_2 \in R^{n \times m}$ là các ma trận trọng số được ước lượng bởi mạng nơ ron, ε_1 và ε_2 là các sai

số xấp xỉ, $\mathbf{h}_1 \in R^{m \times 1}$ và $\mathbf{h}_2 \in R^{m \times 1}$ là các hàm kích hoạt (activation functions) có thể có các dạng khác nhau hàm hyperbol, sigmoid, hoặc hàm RBF. Trong công bố này, chúng tôi sử dụng hàm RBF kiểu Gauss

$$h(\mathbf{z}) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(\mathbf{z} - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (16)$$

với μ là kỳ vọng và σ^2 là phương sai, $\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{W}_2 \end{bmatrix}$

là ma trận trạng thái của cơ cấu thích nghi tương ứng với giá trị xấp xỉ $\hat{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{W}}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \hat{\mathbf{W}}_2 \end{bmatrix}$ và sai số xấp xỉ

$$\tilde{\mathbf{z}} = \mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}}.$$

Cấu trúc thích nghi được đề xuất có dạng:

$$\dot{\hat{\mathbf{z}}} = \mathbf{\Gamma} \mathbf{h} \tilde{\mathbf{z}}^T - n \|\tilde{\mathbf{z}}\| \mathbf{\Gamma} \otimes \hat{\mathbf{z}} \quad (17)$$

Quá trình ước lượng qua hai bước (17) và (14, 15) với tín hiệu vào là $\xi = [\mathbf{e}_1 \quad \mathbf{e}_2]^T \in R^{2n \times 1}$, đạt được các

xấp xỉ trung gian $\hat{\mathbf{z}} \in R^{2n \times 2m}$, $\hat{\mathbf{W}}_1 \in R^{n \times m}$ và $\hat{\mathbf{W}}_2 \in R^{n \times m}$, tín hiệu ra là các ước lượng $\hat{\mathbf{f}}$ và $\hat{\mathbf{g}}$.

Các tham số khác của cấu trúc thích nghi gồm tham số thích nghi $\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{\Gamma}_2 \end{bmatrix} \in R^{2n \times 2m}$, ma trận kích hoạt $\mathbf{h} = [\mathbf{h}_1 \quad \mathbf{h}_2]^T \in R^{2m \times 1}$, và n là hằng dương.

Chúng ta phân tích sự hội tụ của các giá trị xấp xỉ cùng với sự hội tụ của các đáp ứng dựa trên hàm Lyapunov:

$$V = 0.5[\xi^T \xi + \text{trace}(\tilde{\mathbf{z}}^T \mathbf{\Gamma}^{-1} \tilde{\mathbf{z}})] \quad (18)$$

có đạo hàm:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \xi^T \dot{\xi} + \text{trace}(\tilde{\mathbf{z}}^T \mathbf{\Gamma}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{z}}}) \\ &= \mathbf{e}_1^T \dot{\mathbf{e}}_1 + \mathbf{e}_2^T \dot{\mathbf{e}}_2 - \text{trace}(\tilde{\mathbf{z}}^T \mathbf{\Gamma}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{z}}}) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\text{vì } \dot{\tilde{\mathbf{z}}} = -\dot{\hat{\mathbf{z}}}.$$

Lưu ý biểu thức (9) và (12) dẫn đạo hàm Lyapunov (19) tới:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{V}_2 - \text{trace}(\tilde{\mathbf{z}}^T \mathbf{\Gamma}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{z}}}) \\ &= -\mathbf{e}_1^T \mathbf{K}_1 \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2^T \mathbf{K}_2 \mathbf{e}_2 + (\mathbf{e}_2 \otimes \tilde{\mathbf{g}})^T \mathbf{u} \\ &\quad + \mathbf{e}_2^T \tilde{\mathbf{f}}_2 - \text{trace}(\tilde{\mathbf{z}}^T \mathbf{\Gamma}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{z}}}) \end{aligned} \quad (20)$$

Thay luật thích nghi (17) vào (20) ta được:

$$\dot{V} = -\mathbf{e}_1^T \mathbf{K}_1 \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2^T \mathbf{K}_2 \mathbf{e}_2 + (\mathbf{e}_2 \otimes \tilde{\mathbf{g}})^T \mathbf{u} + \mathbf{e}_2^T \tilde{\mathbf{f}}_2 - \text{trace}(\tilde{\mathbf{z}}^T \mathbf{h} \xi^T - n \|\xi\| \Gamma \otimes \tilde{\mathbf{z}}) \quad (21)$$

Thay luật điều khiển (11) vào (21) dẫn tới:

$$\dot{V} = -\xi^T \mathbf{K} \xi + n \|\xi\| \text{trace}[\tilde{\mathbf{z}}^T (\mathbf{z} - \tilde{\mathbf{z}})] \quad (22)$$

với $\mathbf{K} = \text{diag}(\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2) \in R^{2n \times 2n}$ là ma trận đường chéo chứa các hệ số dương. Một loạt các biến đổi cùng với áp dụng bất đẳng thức Schwarz dẫn đến kết luận

$\dot{V} < 0$ khi biểu thức $\|\xi\| > \frac{nz_m^2}{4K_{\min}}$ thỏa mãn. Ở đây,

K_{\min} là trị riêng nhỏ nhất của ma trận \mathbf{K} , còn z_m là biên $z_m \geq \|\tilde{\mathbf{z}}\|^2$. Như vậy luật điều khiển cuốn chiếu (11) cùng với xấp xỉ thích nghi (14, 15) và (17) đảm bảo sự hội tụ của sai số quy đổi ξ , hay $[\mathbf{e}_1 \ \mathbf{e}_2]^T \rightarrow \mathbf{0}$,

hay $(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \rightarrow (\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d)$.

6. Áp dụng thuật toán điều khiển cho mô hình con lắc ngược

Chúng ta thử nghiệm hệ thống điều khiển này với cơ hệ đơn giản một tín hiệu vào một tín hiệu ra để kiểm chứng hiệu quả bước đầu của nó.

Xét mô hình con lắc ngược:

$$l \left(\frac{4}{3} - \frac{m}{m_c + m} \cos^2 \theta \right) \ddot{\theta} = g \sin \theta - \frac{\cos \theta}{m_c + m} (ml\dot{\theta}^2 \sin \theta - u) \quad (23)$$

với u là tín hiệu điều khiển, θ và $\dot{\theta}$ là các tín hiệu ra.

Bộ số liệu sau dùng để mô phỏng số gồm:

Hệ động lực: $m_c = 3\text{kg}$, $m = 0,5\text{kg}$, $l = 2\text{m}$.

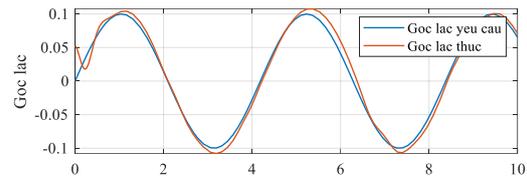
Luật điều khiển: $K_1 = 24$, $K_2 = 24$.

Luật thích nghi: $\Gamma_1 = 400$, $\Gamma_2 = 2$, $n = 0,2$, $\sigma = 15$, $\mu = 0,5[-1 \ -0,5 \ 0 \ 0,5 \ 1; -1 \ -0,5 \ 0 \ 0,5 \ 1]$.

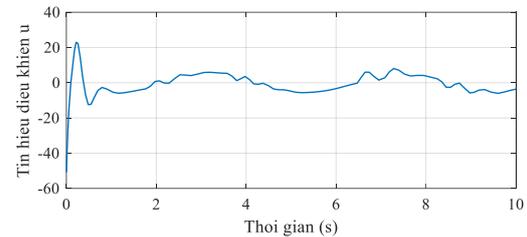
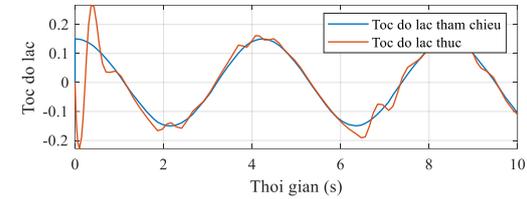
Tín hiệu đặt: $x_d(t) = 0,1 \sin 1,5t$ m.

Điều kiện đầu: $\theta(0) = \pi/60$ rad, $\dot{\theta}(0) = 0$ rad/s.

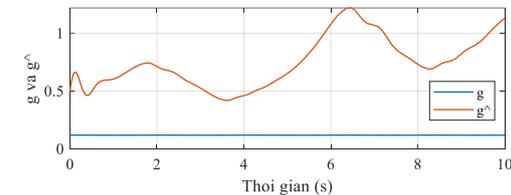
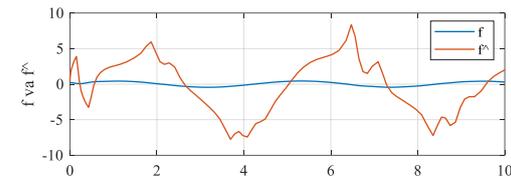
Kết quả mô phỏng với tín hiệu đặt hình sin được thể hiện trên các hình từ 2 đến 4. Hình 2 cho thấy đáp ứng gồm góc lắc θ và $\dot{\theta}$ tốc độ lắc bám tín hiệu tham chiếu θ_d và $\dot{\theta}_d$. Nếu chọn được bộ tham số điều khiển



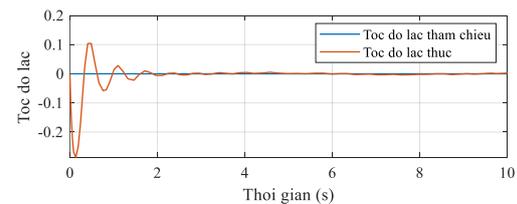
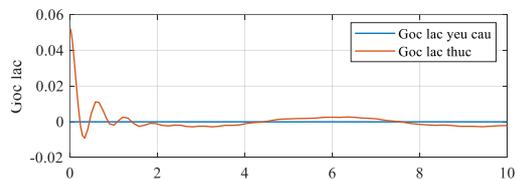
Hình 2. Đáp ứng hình Sin



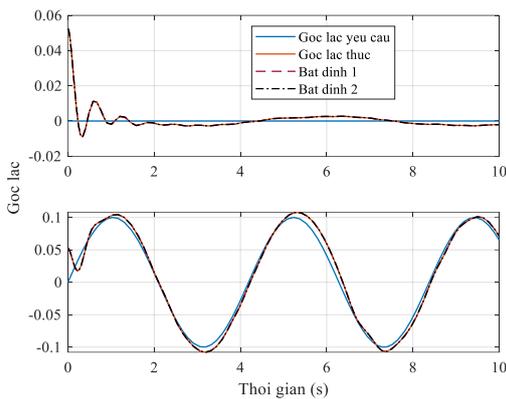
Hình 3. Tín hiệu điều khiển u



Hình 4. Xấp xỉ thích nghi \hat{f} và \hat{g} của các hàm phức hợp f và g



Hình 5. Đáp ứng đơn vị (Step response)



Hình 6. Tính bền vững khi thay đổi tham số của hệ động lực

tối ưu, các đáp ứng có thể bám sát tín hiệu đặt tốt hơn nữa. Hình 3 thể hiện tín hiệu điều khiển là mô men quay tay lắc. Hình 4 thể hiện sự xấp xỉ các đại lượng bất định của mô hình toán. Về cơ bản, nó không cần hội tụ đến các giá trị thực. Nhiệm vụ chính của cơ cấu thích nghi là kết hợp với bộ điều khiển để đạt được mục tiêu chính: hội tụ các đáp ứng của hệ động lực.

Con lắc thuận có điểm cân bằng ổn định trong khi con lắc ngược có điểm cân bằng không ổn định (Stable and unstable equilibrium points). Hình 5 là đáp ứng đơn vị ứng với bài toán ổn định hóa (stabilization) con lắc ngược quanh điểm cân không ổn định.

Đáp ứng góc lắc (Hình 5a) có lượng quá điều chỉnh $\theta_{\max} = 0,012\text{rad}$, thời gian quá độ $t_s = 2\text{s}$ ứng với 2,5 chu kỳ dao động, sai số xác lập $e_{ss} = 0,002\text{rad}$. Đáp ứng tốc độ lắc (Hình 5b) có lượng quá điều chỉnh $\dot{\theta}_{\max} = 0,29\text{ rad/s}$, thời gian quá độ $t_s = 1,96\text{s}$ ứng với 3 chu kỳ dao động, sai số xác lập $e_{ss} = 0,003\text{rad/s}$.

Hình 6 cho thấy tính bền vững của đáp ứng dưới tác động của các yếu tố bất định. Bộ ba tham số $[m_c, m, l] = [3\text{kg}, 0,5\text{kg}, 2\text{m}]$ của con lắc ngược thay đổi trong dải rộng. Chúng ta xét hai trường hợp bất định:

Trường hợp 1: Giảm 300% khối lượng m_c , giảm 500% khối lượng m , và giảm 200% chiều dài l , ứng với $[m_c, m, l] = [1\text{kg}, 0,1\text{kg}, 1\text{m}]$.

Trường hợp 2: Tăng 200% khối lượng m_c , tăng 200% khối lượng m , và tăng 100% chiều dài l , ứng với $[m_c, m, l] = [6\text{kg}, 1\text{kg}, 3\text{m}]$.

Hình 6 cho thấy các đáp ứng của hệ gần như rất ít thay đổi bất chấp sự biến đổi rộng của bộ ba tham số của con lắc ngược.

7. Kết luận

Chúng tôi thiết kế thành công một hệ thống điều khiển cho một lớp tổng quát các hệ động lực phi tuyến chứa các yếu tố bất định. Chúng là những hệ MIMO

với m tín hiệu hiệu vào ($\mathbf{w} \in R^m$), n tín hiệu ra ($\mathbf{y} = \mathbf{q} \in R^n$), và $2n$ biến trạng thái ($\mathbf{x} \in R^{2n}$). Hệ thống điều khiển như vậy kết hợp ưu điểm của kỹ thuật backstepping đồng thời có được tính thích nghi, sự thông minh của mạng nơ ron. Hệ thống điều khiển không đòi hỏi quá nhiều thông tin của đối tượng điều khiển, vốn là những máy và thiết bị công nghiệp phức tạp, khó có thể mô hình hóa một cách đầy đủ. Cấu trúc thích nghi sẽ ước lượng phần thiếu và bù thông tin cho bộ điều khiển để đảm bảo mục đích chính là dẫn động chính xác hệ động lực. Chúng tôi thử nghiệm trên một đối tượng điều khiển đơn giản là con lắc ngược. Kết quả cho thấy hệ thống điều khiển làm việc tốt, dẫn động chính xác kết hợp với bù thông tin hợp lý. Trong nghiên cứu tiếp theo, chúng tôi dự kiến cải thiện cơ cấu thích nghi, tăng khả năng thông minh của đối tượng điều khiển bằng cách tích hợp kỹ thuật học tăng cường (reinforcement learning).

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Y.Liu, H. Yu (2013), *A survey of underactuated mechanical systems*. IET Control Theory & Applications, Vol.7, pp.921-935.
<https://doi.org/10.1049/iet-cta.2012.0505>.
- [2] A. Bensoussan (2018), *Estimation and control of dynamical systems*, Springer.
<https://doi.org/10.1007/978-3-319-75456-7>.
- [3] Z.S. Hou, Z. Wang (2013), *From model-based control to data-driven control: Survey, classification and perspective*, Information Sciences, Vol.235, pp.3-35.
<https://doi.org/10.1016/j.ins.2012.07.014>.
- [4] S. Vaidyanathan, A. T. Azar (2021), *Chapter 1 - An introduction to backstepping control*, In: Backstepping Control of nonlinear dynamical systems, Academic Press, pp.1-32.
<https://doi.org/10.1016/B978-0-12-817582-8.00008-8>.
- [5] Nguyễn Thị Thanh Trúc, Nguyễn Thị Bích Hậu (2025), *Điều khiển bộ biến đổi AC/DC PWM dùng kỹ thuật điều khiển backstepping*, Tạp chí Khoa học Đại học Công Thương, Số 25 (3), tr.70-79.
https://doi.org/10.62985/j.huit_ojs.vol25.no3.198.
- [6] Đặng Tiến Trung, Phạm Thị Thanh Đàm (2024), *Thiết kế bộ điều khiển trượt backstepping cho UAV kiểu quadrotor có tính đến sự bất định của mô hình*, Tạp chí Khoa học & Công nghệ Trường Đại học

Công nghiệp Hà Nội, Số 60 (11), tr.31-34.
<http://doi.org/10.57001/huuh5804.2024.363>.

- [7] J. Wang et al, (2021). *An adaptive neural sliding mode control with ESO for uncertain nonlinear systems*, International Journal of Control, Automation, and Systems, Vol.19, tr.687-697.
<https://doi.org/10.1007/s12555-019-0972-x>.

- [8] S. Liu, G. Trenkler, T. Kollo et al (2024), *Professor Heinz Neudecker and matrix differential calculus*, Statistical Papers, Vol.65, pp.2605-2639.
<https://doi.org/10.1007/s00362-023-01499-w>.

Ngày nhận bài:	06/10/2025
Ngày nhận bản sửa:	07/11/2025
Ngày duyệt đăng:	12/11/2025