

XÂY DỰNG LUẬT ĐIỀU KHIỂN ĐẢM BẢO AN TOÀN DỰA TRÊN DỮ LIỆU CHO HỆ PHI TUYẾN CÓ RÀNG BUỘC SAFETY-GUARANTEED DATA-DRIVEN CONTROL FOR NONLINEAR SYSTEMS WITH STATE AND INPUT CONSTRAINTS

NGUYỄN TIẾN BAN^{1*}, NGUYỄN HOÀNG HẢI²

¹Khoa Điện - Điện tử, Trường Đại học Thủy Lợi

²Viện Cơ khí, Trường Đại học Hàng hải Việt Nam

*Email liên hệ: bannguyentien@gmail.com

DOI: <https://doi.org/10.65154/jmst.2025.i84.856>

Tóm tắt

Trong thập kỷ qua, sự phát triển mạnh mẽ của các phương pháp trí tuệ nhân tạo đã thúc đẩy một xu hướng mới trong lĩnh vực điều khiển. Xu hướng này thể hiện qua sự chuyển đổi từ các phương pháp điều khiển dựa trên mô hình truyền thống sang các phương pháp điều khiển dựa trên dữ liệu. Thách thức lớn nhất đối với các phương pháp điều khiển dựa trên dữ liệu là làm thế nào để chứng minh tính an toàn của hệ thống, đảm bảo tính ổn định và đáp ứng đầy đủ các ràng buộc liên quan đến trạng thái cũng như tín hiệu điều khiển. Bài báo này đề xuất một phương pháp thiết kế bộ điều khiển đảm bảo tính an toàn cho hệ thống bằng cách kết hợp giữa phương pháp nhận dạng mô hình dựa trên dữ liệu SINDy (Sparse Identification of Nonlinear Dynamics) và phương pháp điều khiển dựa trên hàm chặn điều khiển theo hàm mũ (Exponential Control Barrier Functions - ECBF). Thông qua dữ liệu về tín hiệu đầu vào - trạng thái, mô hình hệ thống dựa trên dữ liệu được xây dựng và sử dụng để thiết kế bộ điều khiển an toàn bằng hàm chặn. Phương pháp thiết kế bộ điều khiển được minh họa thông qua mô phỏng với hệ thống tay máy robot.

Từ khóa: Điều khiển thông qua hàm chặn, SINDy, điều khiển có ràng buộc, điều khiển dựa trên dữ liệu.

Abstract

In the past decade, the rapid development of artificial intelligence methods has driven a new trend in the field of control. This trend is characterized by a shift from traditional model-based control methods to data-driven control approaches. The greatest challenge for data-driven control methods lies in proving system

safety, ensuring stability, and fully satisfying constraints related to system states and control signals. This paper proposes a controller design method that ensures system safety by combining the data-driven system identification approach, Sparse Identification of Nonlinear Dynamics (SINDy), with the safety-guaranteeing control method based on Exponential Control Barrier Functions (ECBF). Using input-states measures, a data-driven system model is constructed and employed to design a safety controller based on barrier functions. The proposed controller design method is illustrated through simulations on a robotic arm system.

Keywords: Exponential control barrier functions, SINDy, constrained systems, data-driven Control.

1. Mở đầu

Sự bùng nổ của trí tuệ nhân tạo trong thập kỷ qua đã mở ra những hướng nghiên cứu mới trong lĩnh vực điều khiển, với xu hướng chuyển dịch từ các phương pháp điều khiển dựa trên mô hình (model-based) sang các phương pháp dựa trên dữ liệu (data-driven, ví dụ xem [1], [2], [3]). Trước đây, các phương pháp điều khiển dựa trên mô hình là nền tảng chủ yếu trong ngành điều khiển tự động, nơi mà hầu hết các quy luật điều khiển đều được phát triển dựa vào các mô hình toán học được xây dựng từ các định luật vật lý cơ bản. Quá trình này đòi hỏi người thiết kế phải có kiến thức chuyên sâu về đặc tính của hệ thống điều khiển và thường cần đến sự hỗ trợ của các chuyên gia trong lĩnh vực liên quan. Tuy nhiên, trong thực tế, việc xây dựng mô hình chính xác không phải lúc nào cũng dễ dàng, đặc biệt là đối với những hệ thống có cấu trúc phức tạp hoặc chứa các yếu tố không xác định rõ ràng. Trong những trường hợp này, việc áp dụng các mô hình dựa trên lý thuyết vật lý có thể gặp nhiều hạn chế, thậm chí không khả thi. Ngược lại, các phương pháp

điều khiển dựa trên dữ liệu không yêu cầu hiểu biết sâu về cơ chế bên trong của hệ thống. Thay vào đó, người thiết kế chỉ cần thu thập và phân tích dữ liệu đầu vào và đầu ra của hệ thống để xây dựng các mô hình và thiết kế bộ điều khiển hiệu quả. Cách tiếp cận này mở ra nhiều tiềm năng mới trong việc phát triển các hệ thống điều khiển hiện đại, đặc biệt là trong những môi trường phức tạp và khó mô hình hóa chính xác. Ngoài ra, các nghiên cứu gần đây chỉ ra rằng, trong lĩnh vực điều khiển công nghiệp, việc xây dựng mô hình đối tượng điều khiển có thể chiếm tới 80% tổng thời gian và công sức phát triển hệ thống ([4]). Điều này cho thấy chi phí và độ phức tạp liên quan đến các phương pháp dựa trên mô hình truyền thống là rất lớn. Do đó, sự phát triển và ứng dụng của các phương pháp điều khiển dựa trên dữ liệu không chỉ là xu hướng tất yếu mà còn hứa hẹn mang lại những giải pháp hiệu quả, giúp tối ưu hóa quy trình thiết kế hệ thống điều khiển và giải quyết các thách thức thực tiễn một cách nhanh chóng và linh hoạt hơn.

Trong lĩnh vực điều khiển, có những cách tiếp cận khác nhau để tích hợp dữ liệu vào bài toán thiết kế bộ điều khiển. Một cách tiếp cận được nhiều sự quan tâm là sử dụng các công cụ AI/learning phổ biến hiện thời như mạng học sâu (deep neural network (DNN), ví dụ [5]), học tăng cường (reinforcement learning (RL), [6]) và Gaussian Process (GP, [7]). Mặc dù các phương pháp điều khiển dựa trên AI mang lại nhiều ưu điểm về tính linh hoạt và khả năng thích ứng, nhưng chúng cũng dẫn đến những vấn đề mới cho hệ thống điều khiển trong thực tế. Thứ nhất, đó là các phương pháp như DNN và RL thường cần một lượng dữ liệu rất lớn để training. Điều này có thể không phải là vấn đề khi dạy máy tính chơi game vì chúng có thể chạy liên tục 24/24 và tự sinh ra dữ liệu, nhưng với một hệ thống điều khiển quá trình lớn và có đáp ứng chậm, có thể cần rất nhiều thời gian và công sức để thu thập được lượng data đủ lớn. Thứ hai, hạn chế lớn nhất của những phương pháp sử dụng AI là khó khăn trong việc đảm bảo tính an toàn (safety guarantees) và chứng minh tính an toàn (provable safety) của hệ thống điều khiển. Đây chính là lợi thế nổi bật của các phương pháp điều khiển dựa trên mô hình so với các phương pháp dựa trên dữ liệu. Khi hệ thống điều khiển được mô tả bằng một mô hình toán học rõ ràng, về mặt lý thuyết, người ta có thể phân tích và chứng minh được các đặc tính quan trọng như tính ổn định của hệ kín dưới một quy luật điều khiển cụ thể. Thứ ba, đó là tính giải thích được (interpretable) của các phương pháp AI hiện tại là gần như không có, khiến cho việc hiểu được bản chất của hệ thống điều khiển của người kỹ sư so với các phương pháp truyền thống bị hạn chế hơn rất nhiều.

Để khắc phục nhược điểm này, một hướng nghiên cứu khác là xây dựng các phương pháp điều khiển từ dữ liệu dựa trên lý thuyết toán điều khiển, qua đó có thể đảm bảo tính chứng minh được, đồng thời hứa hẹn tính hiệu quả hơn về mặt sử dụng dữ liệu, ví dụ như phương pháp dựa vào Nguyên lý cơ bản của Willems (Willems' Fundamental Lemma - [8]) và các tài liệu tham khảo liệt kê trong đó). Phương pháp này có thể chứng minh được tính ổn định và tính an toàn, nhưng bị hạn chế bởi nguyên lý Willems chỉ phát biểu cho hệ tuyến tính. Để mở rộng cho hệ phi tuyến, các phương pháp hứa hẹn ở thời điểm hiện tại có thể kể đến như DMD mở rộng (Extended DMD), toán tử Koopman (Koopman operator) và SINDy (đều được trình bày trong tài liệu [1]), trong đó phương pháp SINDy ([1], [9]) cho thấy khả năng kết hợp với các phương pháp điều khiển mô hình, ví dụ điều khiển dự báo (Model Predictive Control - MPC) và cho ra các kết quả hứa hẹn cho các hệ điều khiển trong thực tế (xem [10], [11]).

Trong bài báo này, chúng tôi đề xuất sử dụng phương pháp nhận dạng mô hình dựa trên dữ liệu SINDy ([1], [9]) kết hợp với phương pháp điều khiển dựa vào hàm chặn điều khiển theo hàm mũ (Exponential Control Barrier Function - ECBF [12]) để đảm bảo hệ ổn định đồng thời thỏa mãn các điều kiện ràng buộc an toàn của biến trạng thái và tín hiệu điều khiển. SINDy (và SINDyC) là phương pháp nhận dạng hệ thống dành cho hệ phi tuyến, trong đó bằng cách chọn một bộ các hàm cơ sở (dictionaries of basis functions) dựa trên hiểu biết về động học của hệ thống là hàm số phi tuyến, bài toán tìm tham số cho hệ thống trở thành bài toán hồi quy thưa (sparse regression). Kết quả thu được là một ma trận thưa, trong đó đa số các tham số ứng với các hàm phi tuyến không tồn tại trong động học của hệ sẽ bằng 0, chỉ giữ lại các hàm số xuất hiện trong động học của hệ. So sánh với việc kết hợp SINDy và MPC, vấn đề của bộ điều khiển MPC cho hệ phi tuyến là trong mỗi bước tính bộ điều khiển MPC phải giải một bài toán tối ưu phi tuyến (Nonlinear Programming), và bài toán tối ưu đó thường không phải bài toán tối ưu lồi (non-convex optimization). Điều đó khiến cho thời gian quá độ của bộ điều khiển có đáp ứng chậm.

Ngược lại, với phương pháp hàm chặn [13] (ECBF), ở mỗi bước tính chúng ta vẫn phải giải một bài toán tối ưu, tuy nhiên bài toán tối ưu này, ngay cả khi đối tượng điều khiển là phi tuyến, vẫn là bài toán lồi (convex optimization problem), nên nếu bài toán có nghiệm (feasible), phương pháp số sẽ hội tụ về nghiệm đó. Đóng góp chính của bài báo là đề xuất việc kết hợp hai phương pháp SINDyC và ECBF như một phương pháp

điều khiển dựa-trên-dữ-liệu một cách hoàn chỉnh để đảm bảo tính an toàn cho hệ thống điều khiển. Tính hiệu quả của phương pháp này được minh họa thông qua ví dụ về điều khiển mô hình tay máy. Với sự hiểu biết của chúng tôi, tính đến thời điểm hiện tại chỉ có công trình [13] cũng đang nghiên cứu kết hợp SINDy và hàm chặn. Điểm khác biệt là chúng tôi sử dụng hàm ECBF để mở rộng cho hệ có bậc tương đối lớn hơn 1, và bài toán chúng tôi nghiên cứu là điều khiển ổn định, khác với bài toán điều khiển bám trong [13].

Cấu trúc bài báo gồm các phần: Mục 2 trình bày các kết quả nghiên cứu hiện có về SINDy và ECBF. Mục 3 nêu ra vấn đề cần giải quyết và các giả thiết liên quan. Mục 4 trình bày việc áp dụng SINDy để nhận dạng hệ thống từ dữ liệu, và mô hình này được dùng để thiết kế bộ điều khiển an toàn trong mục 5. Mục 6 trình bày kết quả mô phỏng trên Matlab kèm theo phân tích đánh giá. Cuối cùng, kết luận và các hướng nghiên cứu tiếp theo được trình bày trong mục 7.

2. Các kết quả nghiên cứu hiện có

Trong mục này, chúng tôi trình bày ngắn gọn nội dung phương pháp SINDy và phương pháp điều khiển sử dụng hàm chặn.

2.1. Phương pháp SINDyC

Phương pháp SINDyC được trình bày chi tiết trong tài liệu [9], mục 3. Ý tưởng của phương pháp này dựa trên quan sát là các phương trình vi phân mô tả động học của hệ phi tuyến trong thực tế thường có ít số hạng ở bên vế phải. Nếu ta chọn một bộ hàm cơ sở đủ lớn, bao gồm tất cả các hàm số có thể xuất hiện làm số hạng ở bên vế phải, thì việc tìm các hệ số tương ứng của các số hạng này trở thành bài toán hồi quy thưa. Những hàm số nào không xuất hiện ở vế phải, kết quả trả về hệ số bằng 0, những hàm số nào xuất hiện ở vế phải sẽ trả về hệ số cần tìm. Chi tiết các bước thực hiện sẽ được trình bày cụ thể trong phần 4 của bài báo này.

2.2. Phương pháp điều khiển sử dụng hàm chặn

Xét hệ affine có mô hình:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad (1)$$

Trong đó hàm số f, g liên tục Lipschitz, $x \in X \subset R^m$ và $u \in U \subset R^m$ là các nghiệm hợp lệ. Ý tưởng của hàm chặn điều khiển CBF được dựa trên ý tưởng của hàm điều khiển Lyapunov (Control Lyapunov Function - CLF). Cụ thể, hàm $V(x)$ là hàm CLF nếu nó xác định dương và thỏa mãn:

$$\inf_{u \in U} [L_f V(x) + L_g V(x)u] \leq -\gamma(V(x)), \quad (2)$$

Trong đó $\gamma(\cdot)$ là hàm số thuộc lớp $\mathcal{K}$ (được

định nghĩa là tập hợp các hàm tăng, $\gamma(0) = 0$, và $\gamma(r) > 0$ với mọi $r > 0$). Hàm CLF trong (x) có thể sử dụng làm hàm chặn đảm bảo an toàn vì tín hiệu điều khiển thỏa mãn (2) sẽ tạo ra một tập bất biến điều khiển (control invariant set) và giữ trạng thái của hệ luôn trong tập đó. Tuy nhiên, điều kiện này quá chặt vì nó yêu cầu rằng mọi tập dưới mức (sublevel set) đều phải là tập bất biến điều khiển.

Thay vào đó, nếu chúng ta định nghĩa miền an toàn $\mathcal{C} = \{x \in R^n: h(x) \geq 0\}$, và hàm $h(x)$ khả vi liên tục đến bậc r , thì hàm $h(x)$ sẽ là hàm điều khiển chặn hàm mũ (exponential control barrier function - ECBF - định nghĩa 7 trong [2]) nếu tồn tại vector $K \in R^r$ sao cho:

$$\sup_{u \in U} [L_f^r h(x) + L_g L_f^{r-1} h(x)u] \geq -K\eta(x), \quad (3)$$

với mọi x nằm trong $\mathcal{C}$, trong đó

$$\eta(x) = [h(x); L_f h(x); \dots; L_f^{r-1} h(x)]^T, \quad (4)$$

và dẫn đến $h(x(t)) \geq 0$ với mọi điều kiện đầu $h(x(0)) \geq 0$.

Ý nghĩa của định nghĩa này là mỗi khi trạng thái của hệ chạm đến biên giới của miền an toàn $h(x(t)) \rightarrow 0$, luôn có tín hiệu điều khiển hợp lệ kéo trạng thái của hệ trở lại vào bên trong miền đó. Nhờ vậy $\mathcal{C}$ trở thành tập bất biến. ECBF là mở rộng của Control Barrier Function (CBF) để áp dụng cho các hệ có bậc tương đối cao hơn 1. Thay vì dùng điều kiện tuyến tính đơn giản như trong CBF bậc một, ECBF sử dụng một điều kiện ổn định có dạng hàm mũ, đảm bảo rằng hàm chặn $h(x)$ tiệm cận về vùng an toàn một cách theo cấp số mũ. Chi tiết được thảo luận trong [1], [9].

3. Mô hình đối tượng và bài toán cần giải

Xét hệ tay máy robot (xem, ví dụ, [14]) được mô tả bởi phương trình:

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad (5a)$$

$$\dot{x}_2 = -48,6x_1 - 1,25x_2 + 48,6x_3 + 21,6u, \quad (5b)$$

$$\dot{x}_3 = x_4, \quad (5c)$$

$$\dot{x}_4 = 19,5x_1 - 19,03x_3 - 2,33 \sin(x_3). \quad (5d)$$

Tuy nhiên, các hệ số và dạng hàm số mô tả động học (tức là hàm số bên vế phải trong mô hình (5)) không được cho biết trước. Kỹ sư chỉ được tiếp cận với tín hiệu vào và đáp ứng ra tương ứng của hệ thống, tức là hệ thống ở dưới dạng hộp đen (black-box). Bài toán điều khiển đặt ra là điều khiển ổn định hệ sao cho tín hiệu điều khiển u và các biến trạng thái của hệ thỏa mãn điều kiện như sau

$$|x_1| \leq \pi/2, \quad |x_3| \leq \pi/2, \quad |u| \leq 10. \quad (6)$$

Chú ý rằng, phương pháp này hoàn toàn áp dụng được cho hệ affine ở trường hợp tổng quát hơn như (1) trong đó, biến trạng thái và tín hiệu điều khiển thỏa mãn điều kiện $x \in \mathcal{X}, u \in \mathcal{U}$ với $\mathcal{X}, \mathcal{U}$ là các đa

điện lồi (polytope). Nhưng vì giới hạn số trang của bài báo, chúng tôi tập trung vào một ví dụ cụ thể để có thể mô tả chi tiết các bước thực hiện.

4. Sử dụng SINDyc để xây dựng mô hình hệ thống từ dữ liệu vào ra

Trước hết, chúng ta cần xây dựng mô hình hệ thống qua dữ liệu đầu vào-trạng thái. Chúng ta sử dụng tín hiệu thử trong thời gian 2 giây với thời gian trích mẫu (sampling time) 0,01 giây để thu được ma trận dữ liệu $X \in R^{200 \times 4}$ và $\dot{X} \in R^{200 \times 4}$ của biến trạng thái và đạo hàm của chúng, cùng với dữ liệu của tín hiệu vào tương ứng $U \in R^{200 \times 1}$.

Tiếp theo, chúng ta cần chọn bộ hàm số cơ sở. Để so sánh, chúng ta chọn hai bộ hàm số cơ sở khác nhau. Bộ cơ sở thứ nhất bao gồm các hàm đa thức đến bậc hai, ký hiệu bằng:

$$\Theta^1(X, U) = [1 \quad X \quad X^2 \quad U]. \quad (7a)$$

Cụ thể, các hàm số cơ sở được chọn bao gồm:

$$1, x_1, x_2, x_3, x_4, x_1^2, x_1x_2, x_1x_3, x_1x_4, x_2^2, x_2x_3, x_2x_4, x_3^2, x_3x_4, x_4^2 \quad (7b)$$

và u. Bộ cơ sở thứ hai được chọn là:

$$\Theta^2(X, U) = [1 \quad X \quad X^2 \quad \sin(X) \quad \cos(X_2) \quad U]. \quad (8a)$$

Cụ thể, các hàm cơ sở trong bộ thứ hai bao gồm các hàm đa thức như trong (7b) và bổ sung các hàm lượng giác như sau:

$$\sin(x_1), \sin(x_2), \sin(x_3), \sin(x_4), \cos(x_1), \cos(x_2), \cos(x_3), \cos(x_4), \quad (8b)$$

Với dữ liệu và bộ hàm cơ sở như vậy, ta có liên hệ như sau:

$$\dot{X} = \Theta^i(X, U)\Phi^i, \quad i=1,2, \quad (9)$$

Trong đó $\dot{X}$ và $\Theta^i(X)$ đã biết và tính toán được từ dữ liệu thu thập được. Φ^i là ma trận hệ số cần tìm, được xác định bằng phương pháp "Thuật toán hồi quy thưa" (sparse regression algorithm), ví dụ như LASSO [9]. Cụ thể vector cột thứ k của ma trận Φ^i , ký hiệu là ξ_k^i được xác định bởi công thức:

$$\xi_k^i = \underset{\xi_k^i}{\operatorname{argmin}} ||\dot{X}_k - \Theta^i(X, U) \xi_k^i|| + \lambda |\xi_k^i|, \quad (10)$$

đó $\dot{X}_k$ ký hiệu cột thứ k của ma trận dữ liệu $\dot{X}$, λ là hệ số điều chỉnh độ thưa của ma trận hệ số, $||\cdot||$ ký hiệu chuẩn (norm) 2 và $|\cdot|$ ký hiệu chuẩn 1 của vector. Sử dụng Matlab với giải thuật (10), ta thu được kết quả trình bày trong 2 Hình 1 và 2, tương ứng với hệ số của ma trận Φ^1 và Φ^2 . Trong Hình 1, 16 hàng tương ứng với các hàm cơ sở theo đúng thứ tự trong (7b), và 4 cột tương ứng với 4 hàm tương ứng với phương trình động học $\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3, \dot{x}_4$ của hệ (5). Ví dụ, nhìn vào cột thứ hai của hình 1 (tương ứng với phương trình động học của $\dot{x}_2$) ta thấy tất cả các hệ

Bảng 1. Kết quả tính toán cho bộ cơ sở 1

Hàm cơ sở	x_1	x_2	x_3	x_4
l	0	0	0	27,7286
x_1	0	-48,5999	0	21,8003
x_2	1,0000	-1,2500	0	-20,1183
x_3	0	48,5999	0	102,8503
x_4	0	0	1,0000	-54,0618
x_1^2	0	0	0	33,0664
x_1x_2	0	0	0	1,3274
x_1x_3	0	0	0	-75,1668
x_1x_4	0	0	0	1,1577
x_2^2	0	0	0	1,8672
x_2x_3	0	0	0	-15,9783
x_2x_4	0	0	0	7,2544
x_3^2	0	0	0	78,3893
x_3x_4	0	0	0	-43,6367
x_4^2	0	0	0	12,7036
u	0	21,6000	0	-35,6610

Bảng 2. Kết quả tính toán cho bộ cơ sở 2

Hàm cơ sở	x_1	x_2	x_3	x_4
l	0	0	0	0
x_1	0	-48,5999	0	19,5001
x_2	1,0000	-1,2500	0	0
x_3	0	48,5999	0	-19,0301
x_4	0	0	1,0000	0
x_1^2	0	0	0	0
x_1x_2	0	0	0	0
x_1x_3	0	0	0	0
x_1x_4	0	0	0	0
x_2^2	0	0	0	0
x_2x_3	0	0	0	0
x_2x_4	0	0	0	0
x_3^2	0	0	0	0
x_3x_4	0	0	0	0
x_4^2	0	0	0	0
$\sin(x_1)$	0	0	0	0
$\sin(x_2)$	0	0	0	0
$\sin(x_3)$	0	0	0	-2,3301
$\sin(x_4)$	0	0	0	0
$\cos(x_1)$	0	0	0	0
$\cos(x_2)$	0	0	0	0
$\cos(x_3)$	0	0	0	0
$\cos(x_4)$	0	0	0	0
u	0	21,6000	0	0

số của các hàm cơ sở đều bằng 0, ngoại trừ hệ số tương ứng với hàm cơ sở ở hàng thứ 2, 3, 4, và 16 tương ứng với x_1, x_2, x_3 , và u trong (7b). Vậy ta rút ra phương trình mô tả động học là:

$$\dot{x}_2 = -48,5999x_1 - 1,2500x_2 + 48,5999x_3 + 21,600u, \quad (10)$$

Trùng với mô hình động học của hệ trong (5) (sai số nhỏ hơn 0.01%). Tuy nhiên, ở cột thứ tư, tương ứng với $\dot{x}_4$, vector không thừa vì tất cả các hàng đều khác

0. Hiện tượng này cho thấy, bộ cơ sở chọn không phù hợp, nghĩa là trong mô hình thực tế có những hàm số mà bộ cơ sở không thể biểu diễn chính xác hoặc không có. Điều này phù hợp với những gì diễn ra vì bộ cơ sở 1 chỉ bao gồm hàm đa thức đến bậc hai, trong khi mô hình thực tế của hệ có chứa hàm lượng giác $\sin(x_3)$. Khi quan sát kết quả thu được trong Hình 2, chúng ta thấy ma trận Φ^2 thu được là một ma trận thưa. Các hệ số tương ứng với x_1, x_2, x_3, x_4 (hàng 2 đến 5) và $\sin(x_3)$ (hàng 18), và u (hàng 24) có giá trị như giá trị thật của hệ với sai số rất nhỏ. Các hàm cơ sở không xuất hiện trong động học của hệ đều có giá trị bằng 0. Như vậy, bộ cơ sở được chọn đã phản ánh phù hợp với những hàm xuất hiện trong hệ. Qua đó, phương pháp SINDyc đã nhận dạng được hệ động học cần tìm. Trong phần tiếp theo, ta sẽ dùng mô hình nhận dạng được để điều khiển ổn định hệ thỏa mãn các điều kiện an toàn.

5. Điều khiển an toàn dựa vào hàm chặn

Với ràng buộc (6), chúng ta định nghĩa hai hàm chặn như sau:

$$h_1(x) = -x_1^2 + (\pi/2)^2, \quad (11a)$$

$$h_2(x) = -x_3^2 + (\pi/2)^2. \quad (11b)$$

Từ động học thu được của hệ ở phần 4, ta thấy hàm $h_1(x)$ có bậc tương đối là 2 và hàm $h_2(x)$ có bậc tương đối là 4. Qua đó, chúng ta thu được các đạo hàm Lie như sau:

$$L_f h_1(x) = -2x_1x_2, L_f^2 h_1(x) = 97,2x_1^2 + 2,5x_1x_2 - 97,2x_1x_3 - 2x_2^2, \quad (12a)$$

$$L_g L_f h_1(x) = -43,2x_1, L_f h_2(x) = -2x_3x_4, L_f^2 h_2(x) = -39x_1x_3 + 38,06x_3^2 + 4,66x_3 \sin(x_3) - 2x_4^2, \quad (12b)$$

$$L_f^3 h_2(x) = -39x_2x_3 - 117x_1x_4 + 15,24x_3x_4 + 13,98x_4x_3 + 4,66x_3x_4 \cos(x_3), \quad (12c)$$

$$\begin{aligned} L_f^4 h_2(x) = & -156x_2x_4 + 7090,59x_1x_3 + 48,75x_2x_3 - 4792,5275x_3^2 + 154,24x_4^2 + \\ & 18,64x_4^2 \cos(x_3) \quad (12d) \\ & -4,66x_3x_4^2 \sin(x_3) - 2281,5x_1^2 \\ & + 545,22x_1 \sin(x_3) \\ & - 620,7586x_3 \sin(x_3) \\ & - 32,5734 \sin^2(x_3) \\ & + 90,87x_1x_3 \cos(x_3) - 88,6798x_3^2 \cos(x_3) \\ & - 10,8578x_3 \sin(x_3) \cos(x_3), \\ & L_g L_f^3 h_2(x) = -842,4x_3. \end{aligned} \quad (12e)$$

Hàm Lyapunov được chọn có dạng:

$$V(x) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2, \quad (13)$$

và các đạo hàm Lie tương ứng được tính toán như sau:

$$\begin{aligned} L_f V(x) = & -95,2x_1x_2 + 39x_1x_4 - 2,5x_2^2 \\ & + 97,2x_2x_3 - 36,06x_3x_4 - 4,66x_4 \sin(x_3), \end{aligned} \quad (14a)$$

$$L_g V(x) = 43,2x_2. \quad (14b)$$

Dựa vào (3,4), ta xây dựng hai hàm số η_1, η_2 như sau:

$$\eta_1 = [-x_1^2 + (\pi/2)^2 \quad -2x_1x_2]^T, \quad (15)$$

$$\eta_2 = [-x_3^2 + (\pi/2)^2; -2x_3x_4; L_f^2 h_2(x); L_f^3 h_2(x)]^T,$$

Vector K được chọn để ổn định hệ:

$$K_1 = [100 \quad 200]^T, \quad (16a)$$

$$K_2 = [3000 \quad 300 \quad 300 \quad 10]^T. \quad (16b)$$

Ở mỗi bước tính, bộ điều khiển đo trạng thái hiện tại của hệ thống và bài toán tối ưu sau được giải để tìm tín hiệu điều khiển u phù hợp

$$u(x) = \argmin_{u, \delta} (1/2u^2 + p\delta^2) \quad (17)$$

$$s.t.: L_f V(x) + L_g V(x)u + \gamma(V(x)) \leq \delta \quad (17a)$$

$$L_f^2 h_1(x) + L_g L_f h_1(x)u \geq -K_1 \eta_1(x) \quad (17b)$$

$$L_f^4 h_2(x) + L_g L_f^3 h_2(x)u \geq -K_2 \eta_2(x) \quad (17c)$$

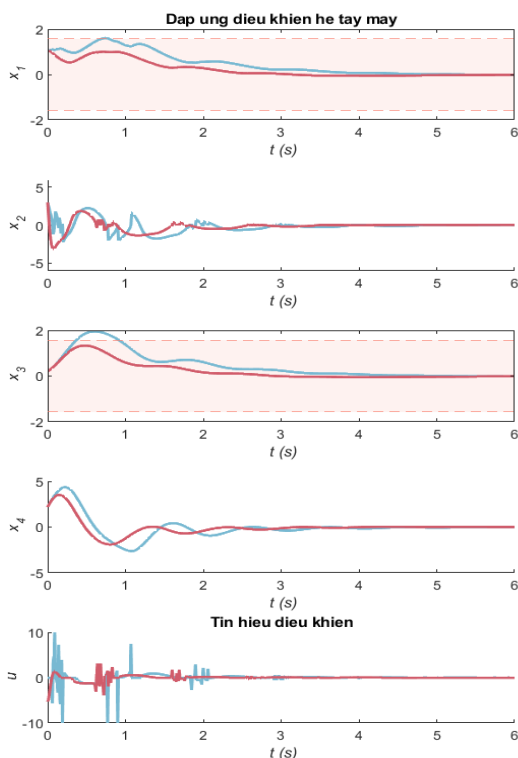
$$|u| \leq 10. \quad (17d)$$

Trong đó, (17a) là điều kiện ổn định Lyapunov CLF trong (2) để giúp hệ ổn định với δ là biến dư (slack variable) nhằm giảm tính thận trọng (conservatism) trong bài toán tối ưu, điều kiện (17b,c) là của hàm điều khiển chặn để giúp hệ thỏa mãn điều kiện ràng buộc của biến trạng thái thông qua ECBF ở (3). Điều kiện (17d) để thỏa mãn điều kiện ràng buộc cho tín hiệu điều khiển. Để thấy rằng, trong trường hợp tổng quát, đây là bài toán tối ưu lồi nên nếu bài toán có nghiệm, chúng ta sẽ tìm được nghiệm đó.

6. Kết quả mô phỏng và thảo luận

Để thấy rõ tác dụng đảm bảo an toàn của hàm chặn, chúng ta thực hiện mô phỏng với hai trường hợp: bộ điều khiển ổn định có sự hiện diện của hàm chặn ECBF và không có sự hiện diện của hàm chặn trên Matlab. Bài toán tối ưu giải ở mỗi bước tính bởi toolbox CVX [15] với solver MOSEK [16]. Kết quả mô phỏng được thể hiện trên Hình 1 từ điều kiện đầu $x_0 = [1; 3; 0.2; 2]^T$, trong đó đường màu đỏ thể hiện bộ điều khiển ECBF-CLF bằng cách giải toàn bộ bài toán tối ưu (17), đường màu xanh là bộ điều khiển chỉ sử dụng CLF (giải (17) nhưng không có ràng buộc (17b,c)) để so sánh. Có thể thấy, cả hai trường hợp, hệ điều khiển đều ổn định do có sự hiện diện của hàm CLF; tuy nhiên bộ điều khiển ECBF-CLF ổn định hệ và đảm bảo không vi phạm ràng buộc, trong khi bộ điều khiển CLF khiến cho trạng thái x_1, x_3 vi phạm ràng buộc (6). Một kết quả gián tiếp là phương pháp

điều khiển ECBF-CLF cũng khiến trạng thái dao động nhẹ hơn và hội tụ về điểm cân bằng nhanh hơn, nhưng điều này là kết quả đi kèm, chứ không được chứng



Hình 1. Kết quả mô phỏng đáp ứng của hệ với bộ điều khiển ECBF-CLF (đường màu đỏ), so sánh với bộ điều khiển chỉ có CLF (đường màu xanh). Miền màu đỏ nhạt thể hiện trong kết quả mô phỏng của trạng thái x_1, x_3 là miền an toàn

minh trực tiếp từ lý thuyết.

Việc giải bài toán tối ưu ở mỗi bước tính khiến cho tín hiệu điều khiển không phải là trơn như trường hợp tính toán tín hiệu điều khiển theo một hàm giải tích tường minh, nhưng điều này là bình thường khi so sánh với các phương pháp điều khiển khác cũng giải bài toán tối ưu tại mỗi bước tính (ví dụ điều khiển dự báo MPC) khi điều khiển hệ phi tuyến.

7. Kết luận

Bài báo đã xây dựng một phương pháp điều khiển an toàn có ràng buộc cho hệ phi tuyến tính dừng mà mô hình chưa biết rõ, chỉ dựa trên dữ liệu của hệ khi được kích thích đủ. Thay vì xây dựng mô hình hệ từ phương trình vật lý, phương pháp chúng tôi đề xuất dựa trên việc kết hợp nhận dạng mô hình sử dụng dữ liệu SINDy và phương pháp điều khiển dựa vào hàm chặn để đảm bảo an toàn. Bài báo là bước đầu của các nghiên cứu mở rộng sau này, đặc biệt là hướng nghiên cứu điều khiển dựa trên dữ liệu cho các hệ robot cần đảm bảo

tính an toàn. Trong nghiên cứu này chúng tôi bỏ qua sai số do nhận dạng mang lại. Trong tương lai, chúng tôi sẽ đề xuất phương pháp điều khiển bền vững, trong đó có đảm bảo tính đến sai số do mô hình và nhiễu ngoại lai.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] S. L. Brunton và J. N. Kutz (2022), *Data-driven science and engineering: Machine learning, dynamical systems, and control*, Cambridge University Press.
- [2] K. Prag, M. Woolway, và T. Celik (2022), *Toward data-driven optimal control: A systematic review of the landscape*, IEEE Access, Vol.10, pp.32190-32212.
- [3] U. Rosolia, X. Zhang, và F. Borrelli (2018), *Data-driven predictive control for autonomous systems. Annual Review of Control, Robotics, and Autonomous Systems*, Vol.1(1), pp.259-286.
- [4] J. A. Rossiter và B. Kouvaritakis (2001), *Modelling and implicit modelling for predictive control*. International Journal of Control, Vol.74(11), pp.1085-1095.
- [5] Y. LeCun, Y. Bengio, và G. Hinton (2015), *Deep learning*, Nature, Vol.521(7553), pp.436-444.
- [6] R. S. Sutton và A. G. Barto (2018). *Reinforcement learning: An introduction (2nd edition)*. Cambridge: MIT press.
- [7] C. K. Williams và C. E. Rasmussen (2006), *Gaussian processes for machine learning*. Cambridge, MA: MIT press.
- [8] Markovskiy, L. Huang và F. Dörfler (2023), *Data-driven control based on the behavioral approach: From theory to applications in power systems*. IEEE Control Systems Magazine, Vol.43(5), pp.28-68.
- [9] S. L. Brunton, J. L. Proctor, và J. N. Kutz (2016), *Sparse identification of nonlinear dynamics with control (Sindyc)*, IFAC-Papers OnLine, Vol.49, No.18, pp.710-715.
- [10] F. Abdullah và P. D. Christofides (2023), *Real-time adaptive sparse-identification-based predictive control of nonlinear processes*. Chemical Engineering Research and Design, Vol.196, pp.750-769.
- [11] M. Chen, D. Zhang và Y. Xu (2024), *MPC-SINDy-Based Method on Quadrotor UAV Control with Unknown Environmental Disturbance*. In International Conference on Guidance, Navigation and Control, Singapore: Springer

- Nature Singapore, pp.435-442.
- [12] D. Ames, S. Coogan, M. Egerstedt, G. Notomista, K. Sreenath, và P. Tabuada (2019), *Control barrier functions: Theory and applications*, 2019 18th European control conference (ECC), pp.3420-3431.
- [13] Z. Chen (2023). *Stability control for USVs with SINDY-based online dynamic model update*. arXiv preprint arXiv:2311.17297.
- [14] Howell, và J. K. Hedrick (2002), *Nonlinear observer design via convex optimization*, Proceedings of the 2002 American Control Conference (IEEE Cat. No. CH37301) , Vol.3, tr.2088-2093.
- [15] M. Grant và S. Boyd (2013), *CVX: Matlab software for disciplined convex programming*, version 2.0 beta. <http://cvxr.com/cvx>.
- [16] MOSEK ApS. (2025), *The MOSEK optimization software*. Truy cập từ <https://www.mosek.com/documentation>.

Ngày nhận bài:	26/04/2025
Ngày nhận bản sửa:	04/06/2025
Ngày duyệt đăng:	12/06/2025