

XÂY DỰNG CÁCH TÍNH TOÁN CỦA MÔ HÌNH DỰ BÁO GREY GM(1,1)
TRÊN MICROSOFT EXCELDEVELOPMENT OF THE CALCULATION PROCEDURE FOR THE GREY
FORECASTING MODEL GM(1,1) USING MICROSOFT EXCELĐẶNG ĐÌNH CHIẾN^{1,*}, LÊ ĐỨC BÌNH², NGUYỄN VĂN MẠNH³¹*Viện Đào tạo Quốc tế, Trường Đại học Hàng hải Việt Nam*²*Khoa Hàng hải, Trường Đại học Hàng hải Việt Nam*³*Viện Đào tạo Chất lượng cao, Trường Đại học Hàng hải Việt Nam***Email liên hệ: dangdinhchien@vimaru.edu.vn***Tóm tắt**

Trong bối cảnh dữ liệu hạn chế, lý thuyết hệ thống Grey cung cấp cách tiếp cận dự báo hiệu quả. Nghiên cứu này áp dụng mô hình Grey GM(1,1) - một mô hình dự báo bậc nhất đơn biến - để dự báo nguồn nhân lực ngành hàng hải Việt Nam giai đoạn 2020-2024 và mở rộng dự báo đến năm 2029. Mô hình được triển khai trên Microsoft Excel nhằm tận dụng các hàm tích hợp, thể hiện ưu điểm về tính đơn giản và tiện dụng. Kết quả cho thấy GM(1,1) đạt độ chính xác cao ($MAPE < 5\%$), khẳng định tính khả thi và hiệu quả của phương pháp này trong dự báo số lượng thuyền viên Việt Nam.

Từ khóa: Dự báo, mô hình Grey, Microsoft Excel, GM(1,1), mô hình dự báo.

Abstract

In situations of limited data, Grey system theory provides an effective forecasting approach. This study applies the Grey GM(1,1) model - a first-order one-variable forecasting model - to predict Vietnam's maritime human resources for 2020-2024 and extend the forecast to 2029. The model is implemented in Microsoft Excel using built-in functions, demonstrating advantages in simplicity and ease of use. Results show that GM(1,1) achieves high accuracy ($MAPE < 5\%$), confirming the feasibility and effectiveness of this method in forecasting the number of Vietnamese seafarers.

Keywords: Grey models, seafarers, prediction, Microsoft Excel, GM(1,1).

1. Đặt vấn đề

Lý thuyết hệ thống Grey (Grey System Theory - GST) được giáo sư Deng người Trung Quốc đề xuất vào năm 1982, nhằm nghiên cứu các hệ thống thông tin không chắc chắn và không đầy đủ với lượng dữ

liệu nhỏ [1]. Sau gần 30 năm phát triển, GST đã trở thành một lĩnh vực khoa học độc lập, gồm các phương pháp phân tích, đánh giá, mô hình hóa, dự đoán, ra quyết định, điều khiển và tối ưu hóa. Điểm mạnh của GST là khả năng xây dựng các mô hình dự báo đáng tin cậy từ các bộ dữ liệu hạn chế [2].

GST được ứng dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực như công nghiệp, giao thông vận tải, kinh tế, giáo dục, môi trường, giúp cải thiện và nâng cao hiệu quả quản lý. Tại Việt Nam, mặc dù GST đã được ứng dụng trong một số lĩnh vực nhằm dự đoán số liệu quản lý, nhưng vẫn chưa phổ biến rộng rãi, gây khó khăn cho giảng viên và sinh viên trong việc tiếp cận tài liệu.

Trong các nghiên cứu trước, tác giả từng áp dụng mô hình Grey GM(1,1) để dự báo nguồn nhân lực ngành hàng hải qua từng giai đoạn.

Tuy nhiên, do chưa có phần mềm chuyên dụng cho mô hình GM(1,1), nhóm tác giả đã xây dựng chương trình tính toán dự báo dựa trên Microsoft Excel, giúp ứng dụng GST dễ dàng và hiệu quả hơn.

Tại nghiên cứu này, nhóm tác giả xây dựng một quy trình tính toán rõ ràng, trực quan và dễ áp dụng hơn, được tối ưu hóa riêng cho dữ liệu liên quan tới lĩnh vực hàng hải (đặc biệt là số liệu về nhân lực thuyền viên), điều mà chưa có nghiên cứu nào trước đây đề cập và thực hiện chi tiết.

2. Tổng quan về mô hình Grey GM(1,1)**2.1. So sánh mô hình dự báo Grey GM(1,1) với các mô hình dự báo khác**

Mô hình GM(1,1) có ưu điểm nổi bật là khả năng xử lý tốt dữ liệu nhỏ, không yêu cầu chuỗi phải tuân thủ các giả định thống kê như tính dừng hay phân phối chuẩn. Đây là lợi thế rõ rệt khi so với các mô hình thống kê truyền thống như ARIMA hoặc các mô hình học máy vốn đòi hỏi lượng dữ liệu lớn và quá trình huấn luyện phức tạp.

ARIMA thường cần chuỗi dài và ổn định để xác định bậc mô hình và kiểm định tính dừng. Trong khi đó, mô hình học máy như mạng nơ-ron (ANN) lại

đòi hỏi tập dữ liệu huấn luyện lớn để tránh quá khớp (overfitting). Ngược lại, GM(1,1) chỉ cần từ 4-5 điểm dữ liệu vẫn có thể dự báo hiệu quả, đặc biệt trong điều kiện dữ liệu thiếu hoặc biến động không rõ quy luật.

Tuy nhiên, GM(1,1) cũng có hạn chế nhất định, như giả định xu hướng đơn điệu (tăng hoặc giảm đều) và chưa phản ánh tốt những dao động mạnh hoặc thay đổi cấu trúc xu thế. Để cải thiện, có thể kết hợp mô hình GM(1,1) với các phương pháp khác như Markov hoặc hồi quy.

Trong nghiên cứu này, việc sử dụng GM(1,1) là phù hợp với đặc điểm dữ liệu thực tế về số lượng thuyền viên Việt Nam, giúp đạt được độ chính xác cao mà vẫn đảm bảo đơn giản trong tính toán, đặc biệt khi triển khai bằng Microsoft Excel.

2.2. Lý thuyết hệ thống Grey (Grey System Theory - GST)

Lý thuyết hệ thống Grey là một lý thuyết xử lý các hệ thống thiếu thông tin, không chắc chắn, được phát triển nhằm hỗ trợ phân tích và dự báo trong điều kiện thông tin hạn chế [3]. Lý thuyết hệ thống Grey chú trọng vào những tình huống khi các thông tin chỉ được biết một phần, không rõ ràng, hoặc dữ liệu không đủ lớn để áp dụng các mô hình thống kê truyền thống [4], [5].

Các yếu tố chính của lý thuyết hệ thống Grey:

Grey numbers (Số Grey): Các số biểu diễn thông tin chưa chắc chắn, không rõ ràng hoặc không đầy đủ.

Grey relational analysis (Phân tích quan hệ Grey - GRA): Phương pháp phân tích mức độ liên quan giữa các yếu tố khác nhau trong một hệ thống nhằm đưa ra quyết định hiệu quả.

Grey prediction (Dự báo Grey): Sử dụng các mô hình dự báo như GM(1,1) để dự báo xu hướng tương lai dựa trên dữ liệu ít ỏi.

2.3. Một số công trình nghiên cứu ở các lĩnh vực đã áp dụng mô hình GM(1,1)

1. Dự báo nhu cầu điện năng

Nghiên cứu của Hsu & Chen (2003) trong *Applications of improved grey prediction model for power demand forecasting* cho thấy việc đã sử dụng mô hình GM(1,1) cải tiến để dự báo phụ tải điện năng ở Đài Loan với sai số thấp hơn 5% [6].

Nghiên cứu này có thể áp dụng GM(1,1) trong các địa phương chưa có dữ liệu điện năng dài hạn để hỗ trợ điều độ và quy hoạch nguồn điện.

2. Dự báo lưu lượng giao thông, phương tiện

Nghiên cứu của Lu et al. (2009) trong *The forecast of motor vehicle, energy demand and CO₂ emission from Taiwan's road transportation sector* cho thấy việc ứng dụng GM(1,1) để dự báo số lượng phương tiện giao thông và mức phát thải CO₂ tại Đài Loan [7].

Nghiên cứu này phù hợp với các đô thị Việt Nam khi dữ liệu lịch sử chưa đầy đủ, nhưng cần dự báo để điều chỉnh quy hoạch hạ tầng.

3. Dự báo nguồn nhân lực các ngành khác

Nghiên cứu của Min-Chun Yu, Nguyen-Nhu-Y Ho, Chia-Nan Wang (2016) trong *A Grey Forecasting Approach for the Sustainability Performance of Logistics Companies* thì GM(1,1) đã được nhóm tác giả ứng dụng trước đây để dự báo nhân lực trong ngành logistics, và các nghiên cứu quốc tế đã dùng Grey để dự báo lực lượng lao động trong y tế, giáo dục, nông nghiệp [8].

Nghiên cứu này rất hữu ích tại Việt Nam trong bối cảnh thiếu hệ thống dữ liệu đồng bộ về nhân sự ngành nghề - GM(1,1) có thể là công cụ khởi đầu cho hoạch định nguồn nhân lực ngành giáo dục, y tế, xây dựng,...

4. Dự báo tồn kho, sản lượng, doanh thu trong doanh nghiệp

Nghiên cứu của nhóm tác giả Damur Rochman, Didit & Akbar, Muhammad & Maulana, M & Hafizh, Akbar & Kustiawan, Megasani (2021) trong *Application of Grey model GM(1,1) for forecasting production of retail products in Indonesian national package delivery companies* cho thấy các doanh nghiệp nhỏ không có hệ thống dữ liệu lớn có thể sử dụng GM(1,1) để ước lượng tồn kho sản phẩm theo mùa, sản lượng bán ra, hay dòng tiền hàng tháng - đặc biệt khi chỉ có 4-5 điểm dữ liệu đầu kỳ [9].

5. Dự báo các chỉ tiêu môi trường hoặc sức khỏe cộng đồng

Nghiên cứu của Wu X, Xiong P, Hu L, Shu H (2022) trong *Forecasting carbon emissions using MGM(1,m|λ,γ) model with the similar meteorological condition* cho thấy GM(1,1) được dùng để dự báo lượng phát thải, ô nhiễm không khí, tỉ lệ tử vong do bệnh trong điều kiện thiếu dữ liệu dài hạn - đây là các chỉ tiêu có độ trễ và khó thu thập, rất phù hợp với mô hình dữ liệu nhỏ như Grey [10].

Ngoài ra, một số nghiên cứu trước đây đã áp dụng mô hình GM(1,1) tính toán trên phần mềm Microsoft Excel để tìm kết quả dựa đoán. Tuy nhiên với nghiên cứu này, nhóm tác giả đã có những điểm mới khác biệt với các tác giả trước ở những nội dung sau:

Thứ nhất, bài báo bổ sung cách đánh giá độ chính xác của mô hình dự báo GM(1,1) bằng các chỉ số RMSE, MAE, MAPE rõ ràng trên Excel, đồng thời đưa ra hướng dẫn cụ thể và chi tiết hơn so với các nghiên cứu trước đó, giúp người dùng dễ dàng áp dụng trực tiếp mà không cần các phần mềm thống kê chuyên dụng.

Thứ hai, tính khác biệt còn được thể hiện ở việc ứng dụng mô hình Grey GM(1,1) để dự báo cụ thể cho số liệu thuyền viên Việt Nam giai đoạn 2020-2029. Đây là nội dung hoàn toàn mới, lần đầu tiên được công bố trong lĩnh vực nghiên cứu hàng hải, và chưa từng được các nghiên cứu trước đề cập hoặc nghiên cứu chi tiết.

2.4. Mô hình dự báo GM(1,1)

Mô hình Grey GM(1,1) chỉ có thể sử dụng trong chuỗi dữ liệu dương, dễ dàng tính toán và độ chính xác cao. Đây là một mô hình dự báo chuỗi thời gian và được thiết lập dựa trên phương trình vi phân bậc nhất [3].

Ta có chuỗi dữ liệu thô dương được biểu thị như sau:

$$X^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)); n \geq 4 \quad (1)$$

Bằng phương pháp tích lũy tiến ta xác định được $X^{(1)}$:

$$X^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)); n \geq 4 \quad (2)$$

với $x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i); k = 1, 2, \dots, n$.

Thiết lập mô hình dự báo Grey như sau:

$$\frac{dx^{(1)}(t)}{dt} + ax^{(1)}(t) = b \quad (3)$$

Trong đó a và b là hai tham số chưa biết, cần ước lượng từ dữ liệu.

Khi xét trong miền rời rạc tại các điểm $k = 2, 3, \dots, n$ người ta dùng phép xấp xỉ:

$$x^{(0)}(k) \approx x^{(1)}(k) - x^{(1)}(k-1) = \left. \frac{dx^{(1)}(t)}{dt} \right|_{t=k} \quad (4)$$

Đồng thời, $x^{(1)}(k)$ được lấy giá trị trung bình lân cận giữa 2 thời điểm để làm nội suy như sau:

$$z^{(1)}(k) = \frac{1}{2} [x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k-1)] \quad (5)$$

Áp dụng (4) và (5) vào (3) ta được:

$$x^{(0)}(k) + a z^{(1)}(k) = b \quad (6)$$

Từ phương trình (6) với $k = 2, 3, \dots, n$ ta đưa về dạng tuyến tính:

$$-z^{(1)}(k).a + 1.b = x^{(0)}(k) \quad (7)$$

Khi xét cho toàn bộ các k từ 2 đến n , tập hợp lại

thành hệ phương trình:

$$\begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \dots & \dots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \dots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix} \quad (8)$$

Trong đó:

$$\text{Vector } Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \dots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}; \quad (9)$$

$$\text{Ma trận } B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \dots & \dots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Tính các tham số a và b theo phương pháp bình phương tối thiểu:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T Y \quad (11)$$

Công thức tính các giá trị dự báo của mô hình tại thời điểm k :

$$\hat{X}^{(1)}(k+1) = \left(X^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-ak} + \frac{b}{a} \quad (12)$$

Sau đó, lấy hiệu để thu được giá trị dự báo gốc:

$$\hat{X}^{(0)}(k) = \hat{X}^{(1)}(k) - \hat{X}^{(1)}(k-1) \quad (13)$$

Trong đó:

$X^{(0)}$: Chuỗi giá trị gốc (thực tế);

$X^{(1)}$: Chuỗi tích lũy cấp 1 (AGO);

$z^{(1)}(k)$: Giá trị trung bình giữa $x^{(1)}(k)$ và $x^{(1)}(k-1)$;

a, b : Tham số mô hình (độ suy giảm và giá trị dịch);

$\hat{X}^{(0)}$: Giá trị dự báo.

3. Xây dựng cách tính toán của mô hình dự báo GM(1,1) trên Microsoft Excel

3.1. Tiêu chí đánh giá độ chính xác cho các mô hình dự báo

Để kiểm tra độ chính xác, sai số phần trăm trung bình tuyệt đối (Mean Absolute Percentage Error - MAPE) được sử dụng như một trong những thước đo được sử dụng rộng rãi để đánh giá độ chính xác của phương pháp dự báo [11]. MAPE càng nhỏ cho kết quả dự đoán càng tốt và công thức tính như sau:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{|x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)|}{x^{(0)}(k)} \times 100\% \quad (14)$$

với n là số lượng giá trị quan sát, $k = 0, 1, 2, 3, \dots, n, n+1, \dots$

Các tiêu chí MAPE được thể hiện như ở Bảng 1.

Bảng 1. Các tiêu chí MAPE

MAPE (%)	KẾT QUẢ
<5%	Rất chính xác
5%~10%	Có thể chấp nhận
>10%	Không thể chấp nhận được

3.2. Thu thập số liệu và giới thiệu một số hàm sử dụng trên Excel trong quá trình tính toán

Bộ dữ liệu đầu vào là tổng số liệu thuyền viên Việt Nam giai đoạn 2020-2024 được chỉ ra ở Bảng 2.

Bảng 2. Số lượng thuyền viên Việt Nam giai đoạn 2020-2024

Năm	Số lượng thuyền viên (người)
2020	47.312
2021	50.252
2022	57.539
2023	62.900
2024	65.033

Nguồn: Cục Hàng hải Việt Nam

Số liệu được thống kê trong vòng 05 năm và được chọn để sử dụng cho việc tính toán mô hình dự báo GM(1,1) trên phần mềm Microsoft Excel.

Sau khi có số liệu, nhóm tác giả nhập dữ liệu vào bảng tính Excel và sử dụng một số hàm liên quan trong quá trình tính toán [12]:

- **Hàm TRANSPOSE**

Chức năng của hàm TRANSPOSE là để hoán đổi dữ liệu từ hàng thành cột của một mảng hoặc một phạm vi trên một trang tính, và ngược lại.

Cú pháp: TRANSPOSE(array);

- **Hàm MMULT**

Chức năng của hàm MMULT: Là nhân hai ma trận với nhau.

Cú pháp: MMULT(array1, array2);

- **Hàm MINVERSE**

Chức năng của hàm MINVERSE dùng để chuyển đổi ma trận thành ma trận nghịch đảo.

Cú pháp: MINVERSE(array).

3.3. Xây dựng các bước tính toán trên Microsoft Excel

Chi tiết các bước thực hiện trên phần mềm

Microsoft Excel (minh họa các bước được thể hiện tại Phụ lục) như sau:

Tạo chuỗi ban đầu:

$$X^{(0)} = (47312; 50252; 57539; 62900; 65033)$$

Thực hiện phép cộng dồn cấp 1 (AGO) để thu được chuỗi:

$$X^{(1)} = (47312; 97564; 155103; 218003; 283036)$$

$$X^{(1)}(1) = X^{(0)}(1) = 47312$$

$$X^{(1)}(2) = X^{(0)}(1) + X^{(0)}(2) = 97564$$

$$X^{(1)}(3) = X^{(0)}(1) + X^{(0)}(2) + X^{(0)}(3) = 155103$$

$$X^{(1)}(4) = X^{(0)}(1) + X^{(0)}(2) + X^{(0)}(3) + X^{(0)}(4) = 218003$$

$$X^{(1)}(5) = X^{(0)}(1) + X^{(0)}(2) + X^{(0)}(3) + X^{(0)}(4) + X^{(0)}(5) = 283036$$

Tính giá trị trung bình giữa 2 thời điểm lân cận:

$$z^{(1)}(2) = \frac{1}{2}(47312 + 97564) = 72438$$

$$z^{(1)}(3) = \frac{1}{2}(97564 + 155103) = 126333.5$$

$$z^{(1)}(4) = \frac{1}{2}(155103 + 218003) = 186553$$

$$z^{(1)}(5) = \frac{1}{2}(218003 + 283036) = 250519.5$$

Để tìm a và b , các giá trị chuỗi tại bước 2 và bước 3 thay vào phương trình (6):

$$\begin{cases} 50252 + a \times 72438 = b \\ 57539 + a \times 126333.5 = b \\ 62900 + a \times 186553 = b \\ 65033 + a \times 250519.5 = b \end{cases}$$

Chuyển đổi các phương trình tuyến tính thành dạng ma trận:

$$B = \begin{bmatrix} -72438 \\ -126333.5 \\ -186553 \\ -250519.5 \end{bmatrix}; \quad \hat{\theta} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 50252 \\ 57539 \\ 62900 \\ 65033 \end{bmatrix}$$

Theo phương trình (11), áp dụng phương pháp bình phương tối thiểu ta có:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \hat{\theta} = (B^T B)^{-1} B^T Y = \begin{bmatrix} -0.082766216 \\ 45774.39955 \end{bmatrix}$$

Sau khi tìm được a và b ta áp dụng vào phương trình (3):

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + (-0.082766216) \times x^{(1)} = 45774.39955$$

Để tìm giá trị dự báo ta sử dụng phương trình (12). Thay thế các giá trị k vào phương trình (12) ta được:

$k = 0$	$X^{(1)}(1) = 47312$
$k = 1$	$X^{(1)}(2) = 99116.5$
$k = 2$	$X^{(1)}(3) = 155391.1$
$k = 3$	$X^{(1)}(4) = 216521.5$
$k = 4$	$X^{(1)}(5) = 282926.7$
$k = 5$	$X^{(1)}(6) = 355061.9$
$k = 6$	$X^{(1)}(7) = 433421.5$
$k = 7$	$X^{(1)}(8) = 518542.5$
$k = 8$	$X^{(1)}(9) = 611008.4$
$k = 9$	$X^{(1)}(10) = 711453.1$

Kết quả tính toán kết quả dự báo theo công thức (13) được ghi lại theo Bảng 3 cho giá trị dự đoán (P) đối với các năm đã có dữ liệu gốc (2020-2024) và các 05 năm tiếp theo giai đoạn 2025-2029.

Để tăng độ tin cậy, tác giả tiến hành kiểm tra các điều kiện áp dụng GM(1,1) trên dữ liệu và đánh giá sai số nội tại của mô hình:

Kiểm tra tỷ số cấp (grade ratio test) [13],[14]: Đây là tiêu chí kiểm tra nhanh tính hợp lệ của mô hình GM(1,1). Với dãy số gốc $x^{(0)}_t$ là số liệu thuyền viên tại năm t , tính các tỷ số $\gamma_t = x^{(0)}_{(t-1)}/x^{(0)}_{(t)}$. Điều kiện để GM(1,1) cho kết quả tốt là các γ_t nằm trong khoảng (0.3, 3.0) [4],[5]. Đối với dữ liệu thuyền viên:

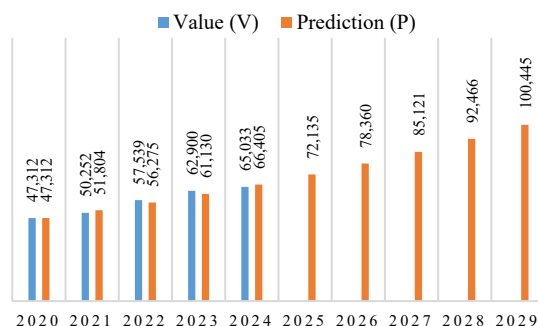
$$\gamma_{2021} = 47312/50252 \approx 0.94;$$

$$\gamma_{2022} = 50252/57539 \approx 0.87;$$

$$\gamma_{2023} = 57539/62900 \approx 0.91;$$

$$\gamma_{2024} = 62900/65033 \approx 0.97;$$

Tất cả đều nằm trong khoảng 0,3-3,0, thậm chí gần 1, chứng tỏ chuỗi dữ liệu có tính đơn điệu tương đối và phù hợp cho GM(1,1). Điều này đáp ứng giả định về “hệ thống Grey” - tức không có biến động đột ngột quá lớn phá vỡ xu hướng.



Hình 1. Số liệu thuyền viên thực tế và dự đoán

Đánh giá sai số nội tại: Nhóm tác giả đã tính MAPE trong nội bộ giai đoạn 2020-2024 mà mô hình GM(1,1) hồi tố. Kết quả MAPE khoảng 2,04%, thuộc mức “rất chính xác”. Ngoài ra, tất cả sai số tuyệt đối các năm 2021-2024 đều dưới 3%. Sai số thấp này khẳng định mô hình GM(1,1) khớp tốt với xu hướng dữ liệu đã có. Độ tin cậy của mô hình khi dùng để ngoại suy vì vậy ở mức chấp nhận được cho dự báo ngắn hạn (vài năm sau 2024).

Dựa trên biểu đồ so sánh số liệu thuyền viên Việt Nam giai đoạn thực tế 2020-2024 và dự báo 2020-2029 (Hình 1) chúng ta có thể thấy được như sau:

- Tương đồng giữa thực tế và dự báo: Trong giai đoạn 2020-2024, đường dự báo GM(1,1) bám khá sát đường quan sát thực tế, thể hiện qua sai số dự báo thấp (khoảng 2-3%). Điều này khẳng định mô hình Grey GM(1,1) dự đoán tương đối chính xác ngay cả khi dữ liệu đầu vào hạn chế.

- Xu hướng tăng trưởng ổn định: Dữ liệu thực tế và đường dự báo đều phản ánh xu hướng tăng đều của số lượng thuyền viên. Sau năm 2024, kết quả dự báo tiếp tục duy trì quỹ đạo đi lên, cho thấy khả năng quy mô nhân lực hàng hải sẽ vượt mức 70.000 người vào năm 2025 và có thể chạm ngưỡng 100.000 người vào năm 2029.

Bảng 3. Kết quả tính toán của mô hình GM(1,1)

Năm	Giá trị k	Giá trị gốc (V)	Giá trị dự đoán (P)	Sai số phần trăm (%)	Sai số tuyệt đối	AGO
2020	0	47,312	47,312	0.0000%	0	47,312
2021	1	50,252	51,804	3.0894%	1,552	97,564
2022	2	57,539	56,275	2.1975%	-1,264	155,103
2023	3	62,900	61,130	2.8133%	-1,770	218,003
2024	4	65,033	66,405	2.1100%	1,372	283,036
2025	5		72,135			
2026	6		78,360			
2027	7		85,121			
2028	8		92,466			
2029	9		100,445			

- Ý nghĩa ứng dụng: Việc mô hình dự báo bám sát số liệu gốc cho thấy đây là công cụ khả thi trong việc ước tính nguồn nhân lực thuyền viên, hỗ trợ các bên liên quan (như cơ quan quản lý, doanh nghiệp vận tải biển) xác định nhu cầu đào tạo và điều phối nguồn lực trong tương lai một cách kịp thời và hiệu quả.

4. Thảo luận

4.1. So sánh kết quả dự báo của mô hình GM(1,1) với mô hình dự báo ARIMA

Việc so sánh kết quả dự báo với ít nhất 1 mô hình khác sẽ làm rõ hiệu quả của phương pháp. Do dữ liệu thực tế chỉ có 5 năm, chúng tôi tiến hành thử nghiệm so sánh GM(1,1) với một mô hình ARIMA đơn giản trên tập dữ liệu này. Cách thực hiện như sau: dùng số liệu các năm 2020-2022 để huấn luyện mô hình, sau đó dự báo cho 2 năm tiếp theo (2023 và 2024) và so sánh với giá trị thực tế. Kết quả thu được như sau:

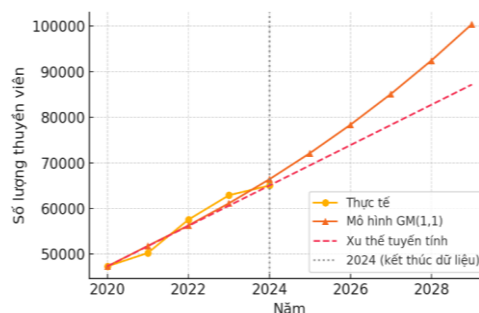
Mô hình GM(1,1): Dự báo năm 2023 là ~65.748 người (so với thực tế 62.900, sai số tuyệt đối ~4,5%) và dự báo năm 2024 là ~75.267 người (so với thực tế 65.033, sai số ~15,8%). MAPE (tính trên 2 năm 2023-2024) của GM(1,1) khoảng 10,2%. Sai số năm 2024 tăng cao do mô hình dự báo tăng trưởng nhanh hơn thực tế.

Mô hình ARIMA: Với dữ liệu ít ỏi, chúng tôi chọn ARIMA(0,1,0) có tham số trượt (tương đương mô hình xu thế tuyến tính). Mô hình này dự báo năm 2023 là ~62.652 người (sai số ~0,4%) và năm 2024 là ~67.765 người (sai số ~4,2%). MAPE cho 2 năm khoảng 2,3%, thấp hơn so với GM(1,1) trong thử nghiệm này.

Nhìn chung, trong tình huống dữ liệu cực ngắn hạn này, ARIMA tuyến tính có lợi thế do xu hướng gần như tuyến tính. Tuy nhiên, cần lưu ý rằng ARIMA(0,1,0) với trượt thực chất đã giả định trước xu thế tăng đều mỗi năm. Kết quả trên cho thấy nếu đúng xu thế gần tuyến tính thì phương pháp này dự báo tốt. Ngược lại, mô hình GM(1,1) tự động khai thác toàn bộ cấu trúc mũ từ dữ liệu: Với 3 năm huấn luyện đầu, GM(1,1) nhận thấy giai đoạn 2020-2022 có tốc độ tăng khá nhanh (năm 2022 tăng mạnh 14,5%), do đó mô hình dự phóng xu hướng tăng nhanh cho các năm sau. Khi thực tế 2023-2024 tăng chậm lại, dự báo GM bị vượt cao hơn thực tế, dẫn đến sai số tăng. Điều này không mâu thuẫn với kết quả được báo cáo trong bài (MAPE ~2,04% cho giai đoạn 2020-2024), bởi sai số 2,04% là sai số nội suy trong mẫu (in-sample) khi mô hình hồi tố trọn bộ 5 năm. Còn ở đây, tác giả đang đánh giá sai số ngoại suy (out-of-sample) khi dự báo vượt ra ngoài tập

huấn luyện. Từ phép thử trên, có thể thấy rằng với dữ liệu quá ít (3-5 điểm), việc đánh giá mô hình cần thận trọng: GM(1,1) cho kết quả tốt nội suy trong khoảng dữ liệu đã có, còn ngoại suy xa hơn có thể kém chính xác nếu xu thế thực tế thay đổi.

Trên Hình 2 ta có thể thấy, trong giai đoạn nội suy (2020-2024), hai mô hình đều bám khá sát điểm thực tế (sai số thấp). Tuy nhiên, khi ngoại suy đến 2029, GM(1,1) dự báo xu hướng tăng nhanh hơn so với tuyến tính: đến 2029 đạt ~100.444 thuyền viên, cao hơn đáng kể so với ~82.353 thuyền viên theo xu thế tuyến tính. Sự khác biệt này phản ánh giả định khác nhau của hai mô hình: GM(1,1) giả định tốc độ tăng trưởng có thể tự cải thiện (hàm mũ nhẹ), còn ARIMA(0,1,0) giả định tốc độ tăng cố định. Hiện chưa có số liệu để kiểm chứng dự báo nào chính xác hơn trong dài hạn, nhưng ưu điểm của GM(1,1) là nếu thực tế có yếu tố thúc đẩy làm tăng tốc độ (ví dụ chính sách thu hút nhân lực mới, tăng trưởng kinh tế biển cao hơn), mô hình sẽ nắm bắt được sự tăng tốc đó. Ngược lại, mô hình tuyến tính sẽ bỏ lỡ (vì luôn giữ tốc độ tăng không đổi).



Hình 2. So sánh mô hình dự báo GM(1,1) với xu thế tuyến tính (ARIMA)

4.2. So sánh độ chính xác của mô hình thông qua các tiêu chí khác

Trong đánh giá hiệu quả mô hình dự báo, việc chỉ sử dụng một chỉ số duy nhất như **MAPE** (Mean Absolute Percentage Error) có thể chưa phản ánh đầy đủ mọi khía cạnh của sai số dự báo. Do đó, tác giả sử dụng thêm hai tiêu chí phổ biến khác là **RMSE** (Root Mean Square Error) và **MAE** (Mean Absolute Error) để kiểm tra trực quan độ lệch giữa dự báo và thực tế.

Kết quả tính toán:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |\rho_t - \hat{\rho}_t|$$

$$= \frac{0 + 1552 + 1264 + 1769 + 1372}{5} = 1191.4$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (\rho_t - \widehat{\rho}_t)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{0 + 1552^2 + 1264^2 + 1769^2 + 1372^2}{5}}$$

$$= 1342.99$$

Trong đó:

ρ_t : Giá trị thực tế tại thời điểm t ;

$\widehat{\rho}_t$: Giá trị dự đoán tại thời điểm t ;

n : số lượng quan sát.

Qua việc áp dụng thêm các tiêu chí RMSE và MAE ta có thể thấy:

$MAE \approx 1.192$ người cho thấy sai số tuyệt đối trung bình giữa dự báo và thực tế là nhỏ, phù hợp với quy mô dữ liệu (trên 60.000 thuyền viên). Điều này phản ánh mức độ chênh lệch trung bình giữa giá trị dự báo và giá trị thực không đáng kể về mặt thực tiễn.

$RMSE \approx 1.343$ người, cao hơn MAE nhưng không đáng kể, cho thấy không có sai số nào quá lớn để làm méo mó kết quả dự báo. Điều này chứng tỏ mô hình không gặp vấn đề về ngoại lệ hoặc dự báo lệch nghiêm trọng tại bất kỳ thời điểm nào.

$MAPE \approx 2,04\%$ thuộc nhóm “rất chính xác” theo thang đánh giá MAPE (dưới 5%), cho thấy mô hình GM(1,1) dự báo phù hợp với xu hướng thực tế và sai số phần trăm rất thấp. Đây là minh chứng cho tính hiệu quả và độ tin cậy cao của mô hình trong bối cảnh dữ liệu hạn chế.

4.3. Ưu nhược điểm của mô hình GM(1,1) và ứng dụng trong ngành hàng hải

Ưu điểm của mô hình GM(1,1)

Mô hình Grey GM(1,1) thể hiện nhiều ưu điểm khi dự báo với dữ liệu hạn chế. Trước hết, độ chính xác dự báo đạt được rất cao - kết quả nghiên cứu cho thấy GM(1,1) đạt MAPE (Mean Absolute Percentage Error) xấp xỉ 2,04%, tức nằm trong ngưỡng “rất chính xác”. Sai số dưới 5% theo thang đánh giá MAPE được coi là dự báo có độ tin cậy cao, khẳng định hiệu quả của phương pháp. Thêm vào đó, GM(1,1) hoạt động hiệu quả với cỡ mẫu nhỏ. Khác với nhiều phương pháp thống kê truyền thống đòi hỏi chuỗi số liệu dài và tuân thủ các giả định nghiêm ngặt, mô hình Grey được thiết kế để khai thác lượng dữ liệu giới hạn mà vẫn thu được kết quả đáng tin cậy. Điều này đặc biệt hữu ích trong bối cảnh ngành hàng hải Việt Nam, nơi dữ liệu lịch sử về nhân lực

thuyền viên có thể không nhiều và liên tục. Cuối cùng, tính đơn giản trong triển khai là một ưu điểm nổi bật. Mô hình GM(1,1) có cấu trúc toán học tương đối đơn giản, với chỉ hai tham số cần ước lượng và các phép tính đại số cơ bản. Nhờ đó, việc ứng dụng GM(1,1) trên các công cụ thông dụng như Excel trở nên khả thi. Thực tế, việc xây dựng mô hình trên Excel trong nghiên cứu này cho thấy người dùng có thể dễ dàng thực hiện dự báo mà không cần phần mềm phân tích chuyên sâu. Sự đơn giản này giúp mô hình dễ hiểu và minh bạch, tạo điều kiện cho các nhà quản lý ngành hàng hải nhanh chóng áp dụng kết quả dự báo vào thực tiễn.

Nhược điểm của mô hình

Bên cạnh ưu điểm, mô hình GM(1,1) cũng tồn tại một số hạn chế về phương pháp luận. Thứ nhất, tính tuyến tính nội tại của mô hình có thể giới hạn khả năng mô phỏng những diễn biến phức tạp. GM(1,1) được xây dựng trên cơ sở phương trình vi phân bậc nhất với hệ số cố định, do đó nghiệm của mô hình thường biểu diễn một xu hướng mũ (tăng hoặc giảm đơn điệu). Điều này đồng nghĩa với việc mô hình giả định khuynh hướng của dữ liệu sẽ tiếp tục theo đường lối ổn định đã có. Trong trường hợp chuỗi thời gian thực tế có phi tuyến mạnh hoặc chu kỳ biến động, mô hình có thể không theo kịp và dự báo sai lệch. Hạn chế thứ hai là nhạy cảm với đột biến dữ liệu. Mặc dù phép xử lý tích lũy (AGO) trong Grey giúp làm trơn dữ liệu, nhưng nếu xuất hiện biến động bất thường hoặc bước nhảy lớn trong xu hướng (ví dụ như sự sụt giảm hoặc tăng vọt đột ngột về số lượng thuyền viên do thay đổi chính sách hoặc sự kiện bất khả kháng), mô hình GM(1,1) có thể bị ảnh hưởng đáng kể. Một ngoại lệ lớn trong dữ liệu lịch sử có thể làm giảm độ chính xác dự báo, vì mô hình sẽ phản ứng chậm trước những thay đổi đột ngột đó. Khi đó cần các biện pháp hiệu chỉnh, như áp dụng cơ chế “trượt cửa sổ” (rolling) để cập nhật tham số mô hình theo dữ liệu mới, hoặc kết hợp với phương pháp khác nhằm tăng khả năng thích ứng. Thứ ba, tính linh hoạt bị hạn chế khi mô hình hóa các hệ thống phức tạp. GM(1,1) là mô hình một biến, chỉ xét duy nhất lịch sử của bản thân chuỗi cần dự báo. Trong thực tế, hệ thống nhân lực hàng hải chịu tác động bởi nhiều yếu tố kinh tế, xã hội và chính sách; do đó một mô hình đơn biến khó bao quát hết các ảnh hưởng đan xen. Trong những trường hợp hệ thống mang tính đa nhân tố và phi tuyến cao, mô hình GM(1,1) không thể phát huy ưu thế của mình. Lúc này, việc mở rộng mô hình (chẳng hạn sang GM(1,N) đa biến) hoặc sử dụng các phương pháp dự báo phi tuyến khác có thể cần được xem xét để cải thiện độ chính xác.

Tính ứng dụng trong ngành hàng hải

Mặc dù có những hạn chế nêu trên, kết quả đạt được cho thấy mô hình GM(1,1) có tính ứng dụng thực tiễn cao trong lĩnh vực hàng hải, đặc biệt về hỗ trợ lập kế hoạch nhân lực. Với độ chính xác dự báo cao ($MAPE \approx 2,04\%$), mô hình cung cấp thông tin tin cậy về xu hướng biến động số lượng thuyền viên Việt Nam trong tương lai gần. Điều này giúp các bên liên quan - từ cơ quan quản lý, doanh nghiệp vận tải biển đến các cơ sở đào tạo thuyền viên - có cơ sở khoa học để hoạch định chiến lược nhân sự. Chẳng hạn, nếu dự báo cho thấy xu hướng thuyền viên tăng trưởng đều đặn đến năm 2029, các trường hàng hải có thể chủ động mở rộng quy mô đào tạo, trong khi doanh nghiệp vận tải lên kế hoạch tuyển dụng phù hợp để đáp ứng nhu cầu thị trường. Ngược lại, nếu dự báo xu hướng chững lại hoặc suy giảm, các chính sách khuyến khích nghề đi biển và chương trình giữ chân thuyền viên có thể được chuẩn bị kịp thời. Như vậy, GM(1,1) tỏ ra là công cụ hữu ích cho việc dự báo nhân lực hàng hải, cung cấp thêm một kênh thông tin quan trọng hỗ trợ ra quyết định. Điều đáng chú ý là mô hình này đạt hiệu quả trong bối cảnh dữ liệu hạn chế, nên các đơn vị có thể áp dụng ngay cả khi chưa thu thập được nhiều số liệu quá khứ. Tính đơn giản của mô hình cũng đảm bảo rằng việc triển khai không đòi hỏi nguồn lực kỹ thuật lớn, phù hợp với điều kiện ngành hàng hải Việt Nam hiện nay.

5. Kết luận

Mô hình Grey GM(1,1) được triển khai trên Excel đã chứng tỏ là một phương pháp dự báo khả thi và hiệu quả cho nguồn nhân lực ngành hàng hải Việt Nam trong điều kiện dữ liệu hạn chế. Mô hình đạt độ chính xác dự báo rất cao ($MAPE \sim 2,04\%$), khẳng định tính ứng dụng của lý thuyết hệ thống Grey trong bối cảnh này. Phương pháp đề xuất đã cung cấp một công cụ hữu ích cho các bên liên quan trong ngành hàng hải để dự báo xu hướng nhân lực và hỗ trợ công tác hoạch định chiến lược đến năm 2029.

Hướng phát triển tiếp theo của nghiên cứu này có thể tập trung vào việc mở rộng và ứng dụng mô hình Grey GM(1,N) nhằm xử lý đồng thời nhiều yếu tố dự báo liên quan, qua đó nâng cao độ chính xác và hiệu quả dự báo. Ngoài ra, nghiên cứu cũng có thể xem xét kết hợp phương pháp Grey GM(1,1) với các mô hình khác như mạng neuron nhân tạo (ANN) hoặc phương pháp hồi quy đa biến nhằm tận dụng tối đa ưu điểm của từng phương pháp trong việc dự báo dữ liệu hàng hải.

Lời cảm ơn

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Trường Đại học Hàng hải Việt Nam trong đề tài mã số: **DT24-25.158**.

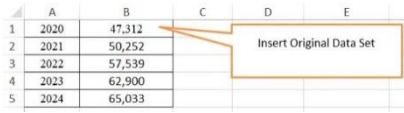
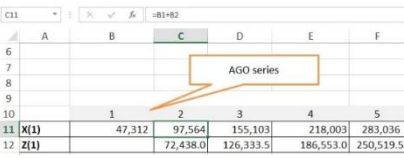
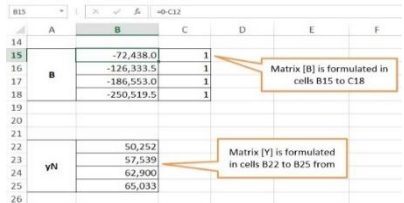
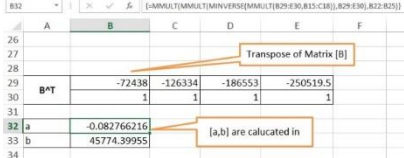
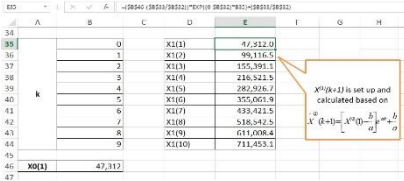
TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Deng, J. L (1982), *Control problems of Grey Systems*, Systems & Control Letters, pp.288-294.
- [2] Deng, J. L. (1989). *Introduction to Grey System Theory. The Journal of Grey System*, No.1, pp.1-24.
- [3] Kayacan, E; B. Ulutas, and Kaynak, O (2010), *Grey system theory based models in time series prediction*, Expert Systems with Applications, Vol.37, No.2, pp.1784-1789.
- [4] Liu, S., Lin, Y., & Forrest, J. Y. L. (2010). *Grey systems: theory and applications*, Vol.68. Springer.
- [5] Liu, S., & Lin, Y. (2011). *Introduction to Grey Systems Modeling Software*. In Grey Systems (pp.287-302). Springer Berlin Heidelberg.
- [6] Hsu, C. C. and Chen, C. Y. (2003), *Applications of improved grey prediction model for power demand forecasting*, Energy Conversion and Management, Vol.44, No.14, pp.2241-2249.
- [7] Lu, I. J. , Lewis, C., and Lin S. J (2009), *The forecast of motor vehicle, energy demand and CO₂ emission from Taiwan's road transportation sector*, Energy Policy, Vol.37, No.8, pp.2952-2961.
- [8] Min-Chun Yu, Nguyen-Nhu-Y Ho, Chia-Nan Wang (2016), *A Grey Forecasting Approach for the Sustainability Performance of Logistics Companies*, Sustainability, Vol.8(9).
- [9] Damur Rochman, Didit & Akbar, Muhammad & Maulana, M & Hafizh, Akbar & Kustiawan, Megasani. (2021). *Application of Grey model GM(1,1) for forecasting production of retail products in indonesian national package delivery companies*. Turkish Journal of Physiotherapy and Rehabilitation. Vol.32.
- [10] Wu X, Xiong P, Hu L, Shu H (2022). *Forecasting carbon emissions using MGM(1,m|λ,γ) model with the similar meteorological condition*. Sci Total Environ.
- [11] Makridakis, S (1993), *Accuracy measures: Theoretical and practical concerns*, International Journal of Forecasting, Vol.9, pp.527-529.

- [12] Phan Văn Thành, Trần Ngọc Thùy Dung (2016). *Mô hình dự báo xám GM (1, 1) và hướng dẫn cách tính toán trên microsoft excel*. TCKHCN, Vol 12 (3).
- [13] Dinh-Chien Dang, Thai-Duong Nguyen and Nhu-Ty Nguyen (2021). *Developing Parameters of Forecasting Models in the Field of Distribution Science to Forecast Vietnamese Seafarer Resources*. Journal of Distribution Science, Vol.19(8), pp.47-56.
<http://dx.doi.org/10.15722/jds.19.8.202108.47>
- [14] Đặng Đình Chiến (2022). *Lý thuyết hệ thống GREY và độ tin cậy của các mô hình dự báo*. Tạp chí Giao thông vận tải, Số tháng 6/2022. tr.132-134.

Ngày nhận bài:	03/04/2025
Ngày nhận bản sửa lần 1:	21/04/2025
Ngày nhận bản sửa lần 2:	25/04/2025
Ngày duyệt đăng:	25/04/2025

PHỤ LỤC CÁC BƯỚC TÍNH TOÁN TRÊN MICROSOFT EXCEL

Công thức mô hình GM(1,1)	Áp dụng trên phần mềm Microsoft Excel
Chuỗi dữ liệu thô được biểu thị tại công thức (1).	BUỐC 1: Số liệu gốc được nhập vào các ô B1, B2, B3, B4, B5 biểu thị cho tổng số thuyền viên Việt Nam tương đương từ năm 2020 đến năm 2024.  <i>Nhập chuỗi dữ liệu gốc</i>
Sử dụng phương pháp tích lũy tiến theo công thức (2). Đồng thời $z^{(1)}$ được lấy giá trị trung bình lân cận giữa 2 thời điểm để làm nội suy.	BUỐC 2: Số liệu Sử dụng phương pháp tích lũy tiến cho các ô từ B11 đến F11. Trong đó B11=B1; C11=B1+B2; D11= B1+B2+B3; E11= B1+B2+B3+B4; F11= B1+B2+B3+B4+B5 Tính $z^{(1)}$ bằng trung bình chung của 2 ô cạnh nhau trong AGO. Trong đó: C12=(B11+C11)/2,...F12=(E11+F11)/2  <i>Tính $X^{(1)}$ và $Z^{(1)}$</i>
Xây dựng ma trận B và Y theo công thức (9), (10).	BUỐC 3: Ma trận B được xây dựng từ các phần tử $-z^{(1)}(2)$ đến $-z^{(1)}(n)$ và được biểu thị ở các ô B15:C18. Trong khi Y cũng được lấy từ ô thứ 2 của dữ liệu gốc B2 đến B5.  <i>Tính ma trận B và Y</i>
Tính các tham số a và b theo công thức (11).	BUỐC 4: Để tính a và b tác giả đã tìm chuyển vị của ma trận B bằng cách sử dụng hàm TRANSPOSE. Sau đó, áp dụng hàm MMULT để tính tích các ma trận và hàm MINVERSE để tính nghịch đảo của ma trận. =TRANSPOSE(B15:C18) =MMULT(MMULT(MINVERSE(MMULT(B29:E30,B15:C18))),B29:E30),B22:B25)  <i>Tính các tham số a và b</i>
Tính các giá trị dự báo của mô hình tại thời điểm k theo công thức (12).	BUỐC 5: Các giá trị dự báo tại thời điểm k được biểu thị từ ô E35 đến E44. Hàm tính cho ô E35 như sau: =(B\$47-(B\$33/B\$32))*EXP((0-B\$32)*(B35)+(B\$33/B\$32))  <i>Tính giá trị dự đoán tại thời điểm k</i>
Giá trị dự đoán gốc được tính theo công thức (13).	BUỐC 6: Giá trị dự đoán cho các năm tương ứng với các ô B50 đến B59 được tính như sau: B50=E35-B1; B51=E36-E35; B52=E37-E36;...B59=E44-E43  <i>Tính giá trị dự đoán gốc</i>

GIAO DIỆN CÁCH TÍNH TOÁN CỦA MÔ HÌNH GM(1,1) TRÊN PHẦN MỀM MICROSOFT EXCEL

M56								
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	2020	47,312	Insert Original Data Set					
2	2021	50,252						
3	2022	57,539						
4	2023	62,900						
5	2024	65,033						
6			AGO series					
7								
8								
9								
10								
11	X(1)	47,312	97,564	155,103	218,003	283,036		
12	Z(1)		72,438.0	126,333.5	186,553.0	250,519.5		
13								
14								
15	B	-72,438.0	1	Matrix [B] is formulated in cells B15 to C18				
16		-126,333.5	1					
17		-186,553.0	1					
18		-250,519.5	1					
19								
20								
21								
22	yN	50,252	Matrix [Y] is formulated in cells B22 to B25 from					
23		57,539						
24		62,900						
25		65,033						
26								
27								
28								
29	B ^T	-72438	-126334	-186553	-250519.5	Transpose of Matrix [B]		
30		1	1	1	1			
31								
32	a	-0.082766216	[a,b] are calacuted in					
33	b	45774.39955						
34								
35	k	0	X1(1)	47,312.0	X ⁽¹⁾ (k+1) is set up and calculated based on $\hat{X}^{(1)}(k+1) = \left[X^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-ak} + \frac{b}{a}$			
36		1	X1(2)	99,116.5				
37		2	X1(3)	155,391.1				
38		3	X1(4)	216,521.5				
39		4	X1(5)	282,926.7				
40		5	X1(6)	355,061.9				
41		6	X1(7)	433,421.5				
42		7	X1(8)	518,542.5				
43		8	X1(9)	611,008.4				
44		9	X1(10)	711,453.1				
45								
46	X0(1)	47,312						
47								
48	Results Demonstrating							
49			Year	Value (V)	Prediction (P)	Error (%)	Residual Error	AGO
50	X0(1)	47,312	2020	47,312	47,312	0.0000%	0	47,312
51	X0(2)	51,804	2021	50,252	51,804	3.0894%	1,552	97,564
52	X0(3)	56,275	2022	57,539	56,275	2.1975%	-1,264	155,103
53	X0(4)	61,130	2023	62,900	61,130	2.8133%	-1,770	218,003
54	X0(5)	66,405	2024	65,033	66,405	2.1100%	1,372	283,036
55	X0(6)	72,135	2025		72,135			
56	X0(7)	78,360	2026		78,360			
57	X0(8)	85,121	2027		85,121			
58	X0(9)	92,466	2028		92,466			
59	X0(10)	100,445	2029		100,445			