

XÂY DỰNG LUẬT ĐIỀU KHIỂN TỐI ƯU DỰA TRÊN DỮ LIỆU THỎA MÃN CÁC ĐIỀU KIỆN RÀNG BUỘC VỀ TÍN HIỆU ĐẦU VÀO VÀ TRẠNG THÁI CHO HỆ TUYẾN TÍNH DÙNG DATA-DRIVEN OPTIMAL CONTROL WITH STATES AND INPUT CONSTRAINTS FOR LTI SYSTEMS

NGUYỄN TIẾN BAN^{1*}, NGUYỄN HOÀNG HẢI²

¹Khoa Điện Cơ, Trường Đại học Hải Phòng

²Viện Cơ Khí, Trường Đại học Hàng hải Việt Nam

*Email liên hệ: bannguyentien@gmail.com

Tóm tắt

Sự phát triển của các phương pháp trí tuệ nhân tạo trong thập niên vừa qua đã tạo ra một xu hướng mới trong lĩnh vực điều khiển. Đó là sự chuyển dịch từ các phương pháp điều khiển dựa trên mô hình sang các phương pháp điều khiển dựa trên dữ liệu. Vấn đề lớn nhất cần giải quyết đối với các phương pháp điều khiển dựa trên dữ liệu là việc chứng minh được tính an toàn (thông qua tính ổn định của hệ thống) và thỏa mãn các ràng buộc về trạng thái và tín hiệu điều khiển. Một phương pháp tiếp cận để giải quyết vấn đề ổn định của hướng điều khiển dựa trên dữ liệu là sử dụng bổ đề của Willems và cộng sự. Dựa trên các kết quả đó, bài báo này đề xuất một phương pháp điều khiển tối ưu dựa trên dữ liệu cho trường hợp hệ tuyến tính dùng trong đó mô hình toán của hệ chưa biết và hệ phải thỏa mãn các điều kiện giới hạn của trạng thái và tín hiệu đầu vào với hệ điều khiển. Cụ thể, bài toán được đưa về hệ các bất đẳng thức ma trận (LMI), và hệ này giải được bằng các phương pháp số hiện hành. Phương pháp điều khiển này được minh họa bằng ví dụ mô phỏng thực hiện trên Matlab.

Từ khóa: Điều khiển tối ưu, điều khiển hệ tuyến tính dùng, LMI, điều khiển có ràng buộc, điều khiển dựa trên dữ liệu.

Abstract

The development of Artificial Intelligence over the last decade has shifted the research directions in control engineering field, from model-based approach to data-driven approach. The crucial question the needs to be answered in the latter approach is to guarantee the provability safety and stability of the closed-loop systems as well as the states and input constraints. The controller design method using Willems' lemma has been

showed to guarantee stability for the data-driven control systems. This paper proposed an extension of the results to the case of optimal control problem under the states and input constraints. Specifically, the problem is formulated as Linear Matrix Inequalities (LMIs), which can be solved by current available toolboxes. The proposed method is illustrated by a numerical example simulated in Matlab.

Keywords: Optimal control, LTI Systems, LMI, Control with constraints, Data-driven Control.

1. Mở đầu

Với sự phát triển của trí tuệ nhân tạo trong thập kỷ vừa qua, các hướng nghiên cứu mới trong lĩnh vực điều khiển đã chuyển dịch từ hướng sử dụng các phương pháp điều khiển dựa trên mô hình (model-based) sang hướng nghiên cứu sử dụng các phương pháp dựa trên dữ liệu. Phương pháp điều khiển dựa trên mô hình đã phổ biến đối với ngành điều khiển tự động và cho tới nay, hầu hết các phương pháp điều khiển là dựa trên mô hình. Mô hình của đối tượng điều khiển thường được xây dựng dựa trên việc áp dụng các định luật vật lý, vì vậy nó đòi hỏi một sự hiểu biết nhất định về đối tượng điều khiển, và thường được thực hiện bởi các chuyên gia về đối tượng đó. Nhưng trong thực tế, cách làm này không phải bao giờ cũng dễ dàng, ví dụ như trong trường hợp hệ có các phần tử không xác định rõ ràng, hoặc hệ quá phức tạp thì việc mô hình hóa dựa trên các định luật vật lý thường bất khả thi. Ngược lại, với cách tiếp cận dựa trên dữ liệu, nói chung người thiết kế bộ điều khiển không cần phải có kiến thức về đối tượng điều khiển mà chỉ cần thu thập dữ liệu tín hiệu vào và tín hiệu ra của đối tượng.

Phương pháp thiết kế dựa trên dữ liệu thực ra đã xuất hiện từ lâu. Ví dụ hai phương pháp cổ điển để chỉnh định bộ điều khiển PID của Ziegler-Nichols (ví dụ xem [9]) hoàn toàn không dựa vào mô hình toán đối tượng điều khiển mà chỉ dựa vào đáp ứng đầu ra

của đối tượng. Với sự phát triển của các phương pháp trí tuệ nhân tạo, các phương pháp dựa trên dữ liệu trong điều khiển ngày nay có thể kể đến như phương pháp học tăng cường (Reinforcement Learning) [5] hay phương pháp GP (Gaussian Process) [4]. Đã có những nghiên cứu cho thấy, trong việc điều khiển hệ thống trong công nghiệp, có khi đến 80% thời gian và công sức là dùng để xây dựng mô hình đối tượng điều khiển ([8]). Vì vậy, xu hướng xây dựng phương pháp điều khiển dựa trên dữ liệu là cần thiết và hứa hẹn giải quyết được nhiều vấn đề cấp thiết.

Tuy nhiên, nhược điểm của các phương pháp điều khiển dựa trên dữ liệu là việc chứng minh tính an toàn của hệ thống điều khiển thường khó khăn. Đây cũng chính là ưu điểm của phương pháp điều khiển dựa trên mô hình so với phương pháp dựa trên dữ liệu. Khi đã có mô hình toán của đối tượng điều khiển, về mặt lý thuyết, người ta có thể chứng minh được tính ổn định của hệ kín với một quy luật điều khiển. Tuy nhiên với các hệ điều khiển có các thành phần dựa trên dữ liệu, việc làm này, dù là chứng minh trên lý thuyết, thường rất khó. Để khắc phục nhược điểm này, một cách tiếp cận được đề xuất là sử dụng bổ đề chứng minh bởi Willems và cộng sự [2], sau đó được mở rộng bởi [1]. Nội dung của bổ đề Willems nói rằng mọi quỹ đạo của một hệ tuyến tính bất kỳ đều có thể được tạo ra bởi tổ hợp tuyến tính của hữu hạn các quỹ đạo của hệ đó với điều kiện các quỹ đạo đó được sinh ra khi hệ được kích thích đầy đủ. Dựa trên bổ đề này, các công trình nghiên cứu đã xây dựng phương pháp thiết kế bộ điều khiển ổn định dựa trên dữ liệu cho hệ tuyến tính bằng cách đưa về dạng hệ bất đẳng thức ma trận (LMI) để giải, cho trường hợp hệ lý tưởng và hệ có nhiễu. Tuy nhiên chưa bài báo nào nghiên cứu về hệ điều khiển ổn định cho hệ có trạng thái và tín hiệu đầu vào bị giới hạn sử dụng phương pháp LMI dựa trên dữ liệu phát triển từ bài báo [1] mặc dù trong thực tế, các hệ thống điều khiển luôn có những giới hạn của tín hiệu điều khiển hay trạng thái.

Bài báo này là bước đầu mở rộng kết quả nghiên cứu của [1] cho điều khiển hệ tối ưu trong đó trạng thái và tín hiệu điều khiển của hệ thỏa mãn các điều kiện giới hạn cho trước. Các điều kiện giới hạn được giả thiết rằng có thể được miêu tả dưới dạng đa diện (polytope). Cách mô tả này hoàn toàn gần với thực tế, ví dụ tín hiệu điều khiển hoặc biến trạng thái luôn nằm trong giới hạn cực tiểu và cực đại cho trước. Bài toán được đưa về dạng tìm một ellipsoid nằm trong đa diện đó, sau đó đưa về dạng LMI để giải. *Đóng góp chính của bài báo là chứng minh hai định lý được trình bày trong Mục 4, qua đó đưa ra cách tổng hợp bộ điều*

kiểm tối ưu dựa trên dữ liệu cho hệ có ràng buộc.

Cấu trúc bài báo gồm các phần: Mục 2 tổng kết các kết quả nghiên cứu đã có và được sử dụng để chứng minh các kết quả nghiên cứu chính. Mục 3 nêu ra vấn đề cần giải quyết và các giả thiết liên quan. Mục 4 trình bày kết quả nghiên cứu chính. Mục 5 trình bày ví dụ mô phỏng trên Matlab. Cuối cùng, kết luận và các hướng nghiên cứu tiếp theo được trình bày trong Mục 6.

2. Các kết quả nghiên cứu hiện có

Trong mục này, chúng tôi trình bày ngắn gọn bổ đề Willems [2] và các kết quả đã có từ công trình [1] có liên quan đến bài báo này. Xét tín hiệu $z: Z \rightarrow R^r$ và chúng ta ký hiệu $z_{[k,k+T]} = [z(k), \dots, z(k+T)]^T$, đồng thời định nghĩa ma trận Hankel tương ứng với tín hiệu trên như sau:

$$Z_{i,j,N} = \begin{bmatrix} z(i) & z(i+1) & \dots & z(i+N-1) \\ z(i+1) & z(i+2) & \dots & z(i+N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z(i+j-1) & z(i+j) & \dots & z(i+j+N-2) \end{bmatrix}$$

Khi $j=1$, chúng ta đơn giản ký hiệu như sau:

$$Z_{i,N} = [z(i) \ z(i+1) \ \dots \ z(i+N-1)]^T$$

Chú ý rằng chúng ta áp dụng cách ký hiệu này cho tín hiệu điều khiển $u(k)$ và trạng thái $x(k)$ của hệ trong phần tiếp theo của bài báo. Xét hệ tuyến tính dừng điều khiển được và quan sát được có dạng:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k), \quad (1)$$

Trong đó: Vector trạng thái x và tín hiệu điều khiển u lần lượt có chiều là n và m . Định nghĩa về tín hiệu kích thích đủ đối với hệ (1) được nêu như sau:

Định nghĩa 1: Tín hiệu $z_{[0,T-1]} \in R^r$ được gọi là kích thích đủ bậc L khi và chỉ khi ma trận:

$$Z_{0,L,T-L+1} = \begin{bmatrix} z(0) & z(1) & \dots & z(T-L) \\ z(1) & z(2) & \dots & z(T-L+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z(L-1) & z(L) & \dots & z(T-1) \end{bmatrix}$$

có hạng (rank) là rL .

Bổ đề Willems có nội dung như sau:

Bổ đề 1 [2]: Giả thiết tín hiệu điều khiển $u_{d,[0,T-1]}$ là kích thích đủ bậc $n+t$, thì:

a. Hạng của ma trận:

$$\text{rank} \begin{bmatrix} U_{0,t,T-t+1} \\ X_{0,T-t+1} \end{bmatrix} = n + tm. \quad (2)$$

b. Tồn tại $g \in \mathbb{R}^{T-t+1}$ sao cho:

$$\begin{bmatrix} u_{[0,t-1]} \\ x_{[0,t-1]} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{0,t,T-t+1} \\ X_{0,t,T-t+1} \end{bmatrix} g. \quad (3)$$

Chú ý rằng ký hiệu tín hiệu với chữ d nhờ $U_{d,[0,T-1]}$

như trong bổ đề 1 hàm ý rằng đây là tín hiệu thứ, dùng kích thích đối tượng điều khiển để thu được bộ dữ liệu tín hiệu vào U và trạng thái tương ứng X (vì giả thiết hệ quan sát được hoàn toàn nên tín hiệu ra ở đây là trạng thái của hệ). Ý nghĩa của mệnh đề (b) của bổ đề Willems là, chỉ cần thu thập dữ liệu một quỹ đạo sinh ra bởi hệ tuyến tính (1) khi được kích thích đủ thì tất cả các quỹ đạo tương lai của hệ thống này sẽ được biểu diễn thông qua tổ hợp tuyến tính của quỹ đạo đã thu thập đó. Chú ý rằng, mệnh đề (a) của bổ đề 1 khi áp dụng cho trường hợp $t=l$ thì tương đương với:

$$\text{rank} \begin{bmatrix} U_{0,T} \\ X_{0,T} \end{bmatrix} = n + m. \quad (4)$$

Dựa vào ý tưởng này, công trình [1] đã phát triển phương pháp thiết kế bộ điều khiển ổn định dựa vào dữ liệu cho hệ (1) khi ma trận A và B không được biết trước. Xét hệ (1) được điều khiển bằng bộ điều khiển phản hồi trạng thái:

$$u = Kx. \quad (5)$$

Bổ đề 2 [1]: Giả thiết điều kiện (4) được thỏa mãn, hệ kín của đối tượng điều khiển (1) với tín hiệu điều khiển (5) được biểu diễn bởi:

$$x(k+1) = X_{1,T} G_k x(k), \quad (6)$$

trong đó $G_k \in R^{T \times n}$ thỏa mãn:

$$\begin{bmatrix} K \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{0,T} \\ X_{0,T} \end{bmatrix} G_k, \quad (7)$$

$$\text{và } u(k) = U_{0,T} G_k x(k) \quad (8)$$

Ý nghĩa của bổ đề 2 là ma trận phản hồi cần tìm K trong bộ điều khiển (5) có thể được biểu diễn thông qua các dữ liệu của một quỹ đạo hữu hạn của đối tượng điều khiển (1) khi được kích thích đủ qua phương trình (7). Đồng thời, phương trình (7) và (8) cũng cho thấy rằng, thay vì tìm ma trận K để xây dựng bộ điều khiển phản hồi trạng thái ổn định (5), chúng ta có thể tìm được bộ điều khiển tương đương bằng cách tìm ma trận G_k trong phương trình (8).

Trong kỹ thuật biến đổi để chứng minh tính xác định dương của ma trận, chúng ta sử dụng bổ đề phổ biến sau đây, có thể tìm thấy trong các tài liệu cơ bản về LMI, ví dụ trong tài liệu [3].

$$\text{Bổ đề 3 [3]: Xét ma trận } X = \begin{bmatrix} A & B \\ B^T & C \end{bmatrix}$$

$$\text{Nếu A nghịch đảo được thì: } X > 0 \iff A > 0, C - B^T A^{-1} B > 0.$$

$$\text{Nếu C nghịch đảo được thì: } X > 0 \iff C > 0, A - B C^{-1} B^T > 0.$$

3. Mô hình đối tượng và bài toán cần giải

Phần này sẽ trình bày bài toán mà chúng ta nghiên cứu trong bài báo này. Đối tượng điều khiển là hệ tuyến tính dùng được mô tả trong phương trình (1), trong đó ma trận A và B không được biết trước. Đối tượng được giả thiết là điều khiển được và quan sát được. Trạng thái của hệ và tín hiệu điều khiển phải thỏa mãn điều kiện ràng buộc cho trước $x \in \mathcal{X}$ và $u \in \mathcal{U}$, trong đó:

$$\mathcal{X} = \{x \in \mathbb{R}^n : c_{i_x} x \leq 1, i_x = 1, \dots, \bar{n}\}$$

$$\mathcal{U} = \{u \in \mathbb{R}^m : d_{i_u} u \leq 1, i_u = 1, \dots, \bar{m}\},$$

với: $c_{i_x} \in R^{1 \times n}$; $d_{i_u} \in R^{1 \times m}$ là các hằng số.

Điều kiện ràng buộc này có thể viết dưới dạng

$$W = \{[x^T \ u^T]^T \in R^{n+m} : c_i x + d_i u \leq 1\}. \quad (9)$$

Chúng ta cần tìm bộ điều khiển phản hồi (5) để tối ưu phiếm hàm mục tiêu (đồng thời thỏa mãn điều kiện ràng buộc (9)):

$$J(x(\cdot), u(\cdot)) = \sum_k^{\infty} x^T(k) Q x(k) + u^T(k) R u(k) \quad (10)$$

trong đó ma trận Q và R là các ma trận xác định dương. Như vậy, bài toán được nghiên cứu trong bài báo này khác bài toán trong [1] ở hai điểm: thứ nhất, đây là bài toán điều khiển tối ưu với phiếm hàm mục tiêu (10); thứ hai, đây là bài toán điều khiển có ràng buộc, miêu tả bởi tập (9). Chúng ta giả thiết rằng, chúng ta kích thích hệ bằng tín hiệu kích thích đủ $U_{d[0,T-1]}$ với bậc $n+1$ và thu được bộ dữ liệu tương ứng. Với giả thiết này, điều kiện (4) được thỏa mãn.

4. Điều khiển tối ưu với LMI dựa trên dữ liệu

Phần này sẽ trình bày các kết quả chính của bài báo qua hai định lý sau đây.

Định lý 1: Xét hệ (1) với các giả thiết trong Mục 3 được thỏa mãn. Nếu tồn tại ma trận $0 < N = N^T \in R^{n \times n}$ và $Y \in R^{T \times n}$ và hằng số $\alpha \in R^+$ sao cho:

$$\begin{bmatrix} N = X_{0,T} Y \\ N & X_{1,T} Y & Y^T M_d^T S^{1/2} \\ Y^T X_{1,T} & N & 0 \\ S^{1/2} M_d Y & 0 & \alpha I \end{bmatrix} > 0 \quad (11)$$

Trong đó: $S = \text{diag}(R, Q)$,

$$X_d(1, T) = [x_d(1) \ x_d(2) \ \dots \ x_d(T)],$$

và:

$$M_d = \begin{bmatrix} U_{0,T} \\ X_{0,T} \end{bmatrix}$$

thì với $P = \alpha N^{-1}$ và $K = U_{0,T} Y N^{-1}$,

i) Bộ điều khiển phản hồi trạng thái (5) sẽ ổn định tiệm cận hệ kín.

ii) Đồng thời, $\tilde{V} = x^T(k)Px(k)$ là chặn trên của phiếm hàm mục tiêu (10) tại mỗi thời điểm k.

Chứng minh: Ta lần lượt chứng minh hai ý của định lý:

i) Xét hàm Lyapunov cho hệ kín với đối tượng điều khiển (1) với bộ điều khiển phản hồi (5) có dạng $V(k) = x^T(k)Px(k)$. Vì ma trận R và Q xác định dương nên hệ kín sẽ ổn định khi:

$$V(k+1) - V(k) < -x^T(k)Qx(k) - u^T(k)Ru(k) \quad \forall k \quad (12)$$

Chú ý rằng, sử dụng (6) từ bổ đề 2, vế trái của bất đẳng thức (12) tương đương với:

$$V(k+1) - V(k) = x^T(k)(G_k^T X_{1,T}^T P X_{1,T} G_k - P)x(k)$$

Để biến đổi vế phải của (12), chúng ta sử dụng (7) như sau:

$$\begin{bmatrix} u(k) \\ x(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K \\ I \end{bmatrix} x(k) = M_d G_k x(k) \quad (13)$$

Vì vậy, vế phải của (12) trở thành:

$$-x^T(k)Qx(k) - u^T(k)Ru(k) = -x^T(k)G_k^T M_d^T S M_d G_k x(k)$$

với $S = \text{diag}(R, Q)$. Như vậy, vì (12) đúng với mọi k nên (12) tương đương với

$$G_k^T X_{1,T}^T P X_{1,T} G_k - P + G_k^T M_d^T S M_d G_k < 0$$

Sử dụng phép đổi biến trong định lý 1 với $P = \alpha N^{-1}$ với điều kiện rằng $0 < N = N^T \in R^{n \times n}$, đồng thời $Y = G_k N$, ta thu được

$$Y^T X_{1,T}^T N^{-1} X_{1,T} Y - N + \alpha^{-1} Y^T M_d^T S M_d Y < 0$$

Sử dụng biến đổi Schur (bổ đề 3) cho bất đẳng thức trên ta sẽ thu được (11). Như vậy, khi (11) thỏa mãn dẫn đến (12) được thỏa mãn, tức là hệ ổn định tiệm cận.

ii) Chúng ta cộng hai vế của (12) từ k đến vô cùng sẽ thu được:

$$V(\infty) - V(k) < - \sum_k x^T(k)Qx(k) + u^T(k)Ru(k)$$

So sánh với (10) ta thấy vế phải của bất đẳng thức này là $-J(x, u)$. Ở vế trái, vì hệ ổn định tiệm cận theo chứng minh ở mục i) nên $V(\infty) = 0$. Vậy $-V(k) < -J(x, u)$ hay phiếm hàm mục tiêu luôn bị chặn trên bởi $V(k)$ với mọi k.

Định lý 1 là tiền đề để xây dựng bộ điều khiển tối ưu ổn định tiệm cận cho hệ, được nêu trong định lý 2

dưới đây. Tuy nhiên, vấn đề thỏa mãn các ràng buộc cho tín hiệu đầu vào và các trạng thái chưa được xét đến. Để đảm bảo các ràng buộc của tín hiệu vào và trạng thái được thỏa mãn, chúng ta cần bổ đề sau đây.

Bổ đề 4 [3]: Ellipsoid được mô tả bởi:

$$E(\alpha) = \{x \in R^n : x^T P x \leq \alpha\}$$

sẽ nằm trong đa diện:

$$\bar{W} = \{x \in R^n : \omega_i x \leq 1, i = 1, \dots, r\}$$

khi và chỉ khi $\omega_i(\alpha P^{-1})\omega_i^T \leq 1, i = 1, \dots, r$.

Định lý 2 sau đây nêu ra cách tổng hợp bộ điều khiển tối ưu thỏa mãn các điều kiện ràng buộc của tín hiệu vào và biến trạng thái, đồng thời chứng minh tính ổn định của hệ kín.

Định lý 2: Xét hệ (1) thỏa mãn các giả thiết nêu trong mục 3. Bộ điều khiển phản hồi trạng thái (5) thu được bằng cách giải bài toán tối ưu trong Bảng 1, trong đó $K = U_{0,T} Y N^{-1}$ và $P = \alpha N^{-1}$ sẽ ổn định tiệm cận hệ kín. Đồng thời α là chặn trên của phiếm hàm mục tiêu J trong (10).

Bảng 1. Dữ liệu để thiết kế bộ điều khiển trong ví dụ

U	X	
0,4427	5,0000	5,0000
0,1067	3,7500	24,8505
0,9619	2,7830	21,3512
0,0046	2,0612	15,3859
0,7749	1,5273	11,9903
	1,1308	8,2508

$$\min_{0 < N = N^T \in R^{n \times n}, Y \in R^{r \times n}, \alpha > 0} \alpha \quad \begin{bmatrix} 1 & x^T(k) \\ x(k) & N \end{bmatrix} > 0, \quad (14)$$

$$N = X_{0,T} Y, \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} N & X_{1,T} Y & Y^T M_d^T S^{1/2} \\ Y^T X_{1,T}^T & N & 0 \\ S^{1/2} M_d Y & 0 & \alpha I \end{bmatrix} > 0, \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & [d_i \ c_i] M_d Y \\ Y^T M_d^T [d_i \ c_i]^T & N \end{bmatrix} \geq 0, \quad (17)$$

$i = 1, \dots, r$.

Chứng minh: Điều kiện (15) và (16) của bài toán tối ưu (14-17) là điều kiện để ổn định tiệm cận hệ kín như đã nêu trong Định lý 1. Điều kiện (14) và (17) liên quan đến việc thỏa mãn điều kiện ràng buộc (9) và được chứng minh như sau:

Sử dụng (13) và bộ điều khiển (5), tập (9) có thể viết dưới dạng như sau:

$$\bar{W} = \{x \in R^n : \omega_i x \leq 1, i = 1, \dots, r\} \quad (18)$$

Trong đó: $\omega_i = [d_i \ c_i] M_d G_k$. Hiển nhiên rằng

$\bar{W} \subseteq W$. Mặt khác, áp dụng biến đổi Schur (bổ đề 3) cho (13), chúng ta thu được $1 - \alpha^{-1}x^T(k)Px(k) > 0$ hay $V(k) = x^T(k)Px(k) < \alpha$. Chú ý rằng, phép đổi biến $P = \alpha N^{-1}$ đã được sử dụng.

Như vậy, (14) thiết lập α là chặn trên cho hàm Lyapunov đã chọn. Bây giờ, chúng ta cần đảm bảo rằng ellipsoid tạo bởi hàm Lyapunov đã chọn luôn nằm trong đa diện (18), khi đó các điều kiện ràng buộc luôn được thỏa mãn. Điều này được thực hiện bằng cách vận dụng bổ đề 4. Điều kiện này tương đương với:

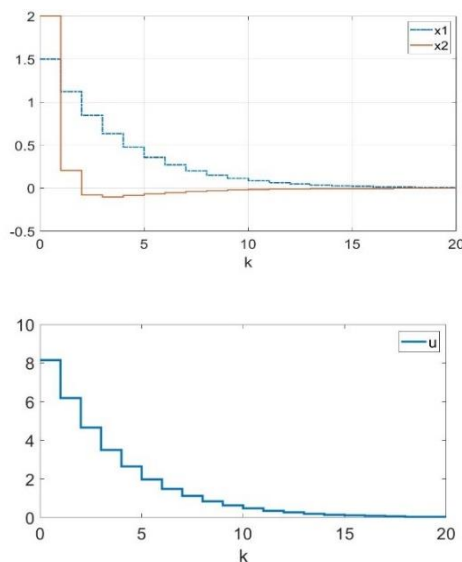
$$\omega_i(\alpha P^{-1})\omega_i^T \leq 1, i = 1, \dots, r \quad (19)$$

Trong đó: $\omega_i = [d_i \quad c_i]M_a G_k$. Áp dụng biến đổi Schur (bổ đề 3) kết hợp với phép đổi biến $P = \alpha N^{-1}$, ta thu được (17). Như vậy bộ điều khiển (5) với K tìm được từ giải bài toán tối ưu sẽ ổn định tiệm cận hệ kín và đảm bảo thỏa mãn các điều kiện ràng buộc.

Đồng thời, theo Định lý 1, $J(x, u) < V(k)$, và theo chứng minh ở trên $V(k) < \alpha$ nên α là chặn trên của phiếm hàm (10).

Nhận xét: Từ chứng minh trên ta thấy, α là chặn trên của phiếm hàm mục tiêu. Khi ta cực tiểu hóa α bằng giải bài toán tối ưu, ta đồng thời cực tiểu hóa phiếm hàm mục tiêu J ở phương trình (10).

5. Ví dụ và kết quả mô phỏng



Hình 1. Kết quả mô phỏng các trạng thái và tín hiệu điều khiển của hệ

Trong phần này một ví dụ sẽ được trình bày để minh họa phương pháp thiết kế bộ điều khiển đã trình bày ở trên. Mô hình sử dụng để mô phỏng là hệ CSTR đơn giản, tuyến tính hóa xung quanh một điểm làm việc ([6]) có dạng (1), trong đó:

$$A = \begin{bmatrix} 0.7514 & -0.0014 \\ 4.932 & 0.11885 \end{bmatrix}$$

Chúng ta kích thích hệ bằng tín hiệu kích thích đủ với $T=5$. Chúng ta thu được dữ liệu:

Chúng ta không sử dụng mô hình A, B để thiết kế bộ điều khiển mà sử dụng bảng dữ liệu 1. Giải bài toán trong Định lý 2 bằng toolbox CVX [7] với điều kiện ràng buộc $|u| < 10$, $|x_2| < 2.5$ với điều kiện đầu $x=[1.5, 2]$ thu được $K = [5.7331 \quad -0.4938]$. Dùng bộ điều khiển thu được để mô phỏng kết quả như trên Hình 1, ta thấy tín hiệu điều khiển và biến trạng thái đều nằm trong giới hạn đề ra.

6. Kết luận

Bài báo đã xây dựng một phương pháp điều khiển tối ưu có ràng buộc cho hệ tuyến tính dừng mà mô hình toàn chưa biết rõ, chỉ dựa trên dữ liệu của hệ khi được kích thích đủ, bằng cách đưa về dạng LMI để giải bằng các phương pháp. Phương pháp chúng tôi xây dựng đã được chứng minh chặt chẽ bằng toán học và minh họa qua một ví dụ mô phỏng đơn giản.

Bài báo là bước đầu của các nghiên cứu mở rộng sau này, cho hướng nghiên cứu của bài báo cũng như là hướng tiếp cận điều khiển dựa trên dữ liệu nói chung. Chúng ta có thể được mở rộng bài toán khi hệ thống có nhiễu đo hoặc sai lệch mô hình (bài toán điều khiển bền vững) và bài toán điều khiển thích nghi cho hệ kín với dữ liệu thu thập online.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] De Persis, C. và Tesi, P. *Formulas for data-driven control: Stabilization, optimality, and robustness*, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol.65(3), pp.909-924, 2020.
- [2] Willems, J.C., Rapisarda, P., Markovskiy, I., and De Moor, B.L. *A note on persistency of excitation*, Systems & Control Letters, Vol.54(4), pp.325-329, 2005.
- [3] Stephen Boyd, Laurent El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, *Linear matrix inequalities in system and control theory*, Vol.15 of Studies in Applied Mathematics, Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), 1994.
- [4] Hewing, L., Kabzan, J., and Zeilinger, M.N. *Cautious model predictive control using gaussian process regression*, IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol.28(6), pp.2736-2743, 2020.

- [5] Zanon, M. & Gros, S. *Safe reinforcement learning using robust MPC*, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol.66(8), pp.3638-3652, 2021.
- [6] Zhang Longge and Yan Yan, *Robust shrinking ellipsoid model predictive control for linear parameter varying system*, Plos one, Vol.12(6), 2017.
- [7] Michael Grant, Stephen Boyd. *CVX: Matlab software for disciplined convex programming, version 2.0 beta*. <http://cvxr.com/cvx>, September 2013.
- [8] Rossiter, J.A. và Kouvaritakis, B. Modelling and implicit modelling for predictive control. International Journal of Control, Vol.74(11), pp.1085-1095, 2001.
- [9] Nguyễn Doãn Phước: *Lý thuyết điều khiển tuyến tính*, NXB Khoa học & Kỹ thuật, 2009.

Ngày nhận bài:	07/01/2022
Ngày nhận bản sửa:	17/01/2022
Ngày duyệt đăng:	22/01/2022