

# XÂY DỰNG MÔ HÌNH TOÁN VÀ THUẬT GIẢI THIẾT KẾ BIÊN DẠNG ĐÁY CHO CHẾ TẠO BÌNH ÁP LỰC COMPOSITE DẠNG TRỤ BẰNG PHƯƠNG PHÁP QUẤN PHẪNG

BUILDING A COMPOSITE MODEL AND OPTIMIZABLE SHAPE DESIGN OF OPTIMUM DOME PROFILE FOR FABRICATING COMPOSITE PRESSURE VESSELS USING PLANAR WINDING METHOD

TRẦN THỊ THANH VÂN

Viện Cơ khí, Trường Đại học Hàng hải Việt Nam

Email liên hệ: vantt.vck@vamaru.edu.vn

## Tóm tắt

Bình áp lực Composite được dùng rất rộng rãi hiện nay, việc chế tạo bình áp lực Composite cần giải quyết mối quan hệ “Vật liệu - Kết cấu - Công nghệ”. Bài báo này trình bày phương pháp xác định biên dạng bình Composite được quấn phẳng, một bài toán quan trọng trong thiết kế bình Composite. Kết quả đưa ra được mô hình toán và sơ đồ thuật toán xác định biên dạng đáy tối ưu dựa vào tiêu chí đảm bảo hình dạng vỏ cân bằng và điều kiện không trượt của sợi.

**Từ khóa:** Biên dạng đáy, quấn phẳng, bình áp lực chế tạo bằng vật liệu composite, công nghệ quấn.

## Abstract

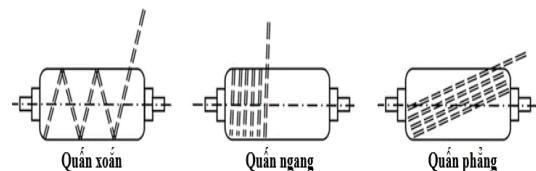
Composite vessels used widely nowadays. Fabricating composite vessels needs to solve the relationship “Materials- Structure- Process”. This paper shows the method for determining dome profiles of planar filament wound composite vessels- A important problem in designing composite vessels. As a result, the mathematical model and mathematical algorithm for determining optimum dome profiles were obtained based on equilibrium shape conditions and non-slippage condition of fibers.

**Keywords:** Dome profile, planar winding, composite pressure vessels, winding technology.

## 1. Mở đầu

Bình hình trụ chịu áp lực trong làm từ composite cốt sợi độ bền cao/nền polyme theo công nghệ quấn là một dạng kết cấu phổ biến trong dân dụng và quốc phòng. Với ưu điểm vượt trội của vật liệu composite là độ bền riêng và mô đun đàn hồi riêng hơn hẳn so với vật liệu kết cấu truyền thống, nên kết cấu bền, nhẹ và nhỏ gọn hơn [2]. Việc nghiên cứu thiết kế bình hình trụ chịu áp lực trong làm từ composite đã được thực hiện qua nhiều năm và đạt được nhiều thành tựu lớn

song vẫn tiếp tục được quan tâm nghiên cứu và phát triển. Một đặc điểm riêng của composite là “Vật liệu - Kết cấu - Công nghệ” có quan hệ chặt chẽ và không thể tách rời, nghĩa là vấn đề thiết kế kết cấu gắn liền với công nghệ vật liệu và công nghệ sản phẩm.



Hình 1. Các sơ đồ quấn chế tạo bình composite dạng trụ

Về công nghệ, theo trạng thái của nhựa nền, có 2 dạng công nghệ: (1) quấn ướt, ở đó, nhựa lỏng được tẩm trực tiếp lên sợi; và (2) quấn khô, ở đó, sợi đã được tẩm nhựa và sấy khô trước khi quấn. Còn theo kiểu mẫu quấn, có 3 dạng chính là quấn xoắn, quấn phẳng và quấn ngang (Hình 1), ở đó, quấn xoắn và quấn phẳng là 2 kỹ thuật chính tạo thành lớp vỏ composite bao kín, còn lớp quấn ngang có tính chất gia cường cho phần trụ. Công nghệ quấn xoắn cho phép rải sợi theo các quỹ đạo đa dạng hơn, nhưng thiết bị phức tạp, còn quấn phẳng chỉ cho phép rải sợi theo quỹ đạo phẳng, nhưng thiết bị đơn giản, chi phí chế tạo thiết bị rẻ hơn,...

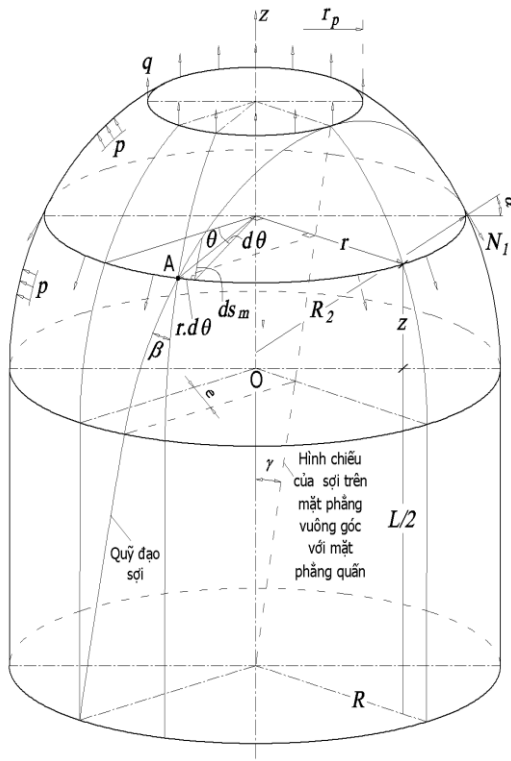
Trong tính toán thiết kế vỏ composite dạng trụ, bài toán xác định biên dạng đáy vỏ là bài toán quan trọng nhất nhằm đảm bảo cho quá trình rải sợi lên bề mặt đáy vỏ là liên tục và không bị trượt.

Việc nghiên cứu thiết kế bình áp lực composite nhận được bằng sơ đồ quấn phẳng đã được một số tác giả như Hartung (1963) [1], Vydrin (1978) [2] và Bunakov (1982) [3] (trong Vasiliev (2009) [4]) thực hiện song còn chưa đầy đủ.

Nhằm xây dựng cơ sở cho việc thiết kế bình áp lực composite hình trụ, trọng tâm của bài báo là xây dựng mô hình toán và thuật giải để tìm biên dạng đáy bình theo sơ đồ quấn phẳng.

**2. Xây dựng mô hình toán**

**2.1. Một số đặc trưng của vỏ trụ chịu áp lực trong đờng quẩn phẳng**



Hình 2. Các tham số hình học của vỏ trụ chịu áp lực

Xét một vỏ trụ với lỗ cực đóng kín, có đờng kính tuyến lồi và một sợi đờng đặt trên vỏ theo quỹ đạo phẳng đờng mô tả trong hệ tọa độ cực (z, r, theta) như Hình 3, với các đặc trưng chính sau:

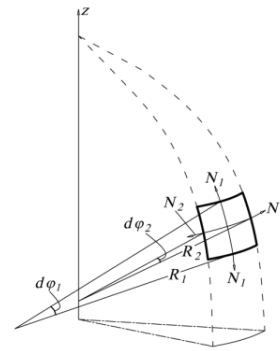
- Vỏ có bán kính trụ là R và bán kính lỗ cực r<sub>p</sub>;
- Hình chiếu của quỹ đạo sợi lên mặt phẳng vuông góc tạo với trục z một góc  $\gamma$  và có một khoảng cách lệch tâm e;
- Vỏ chịu áp lực p và lực phân bố q tại lỗ cực.

**2.2. Cân bằng nội lực của vỏ tròn xoay chịu áp lực trong theo lý thuyết vỏ mỏng**

Khi vỏ chịu áp lực  $p \neq 0$ , trong vỏ sẽ xuất hiện các thành phần nội lực (trên đơn vị dài) theo phương kính tuyến,  $N_1$  và phương vĩ tuyến,  $N_2$ . Cân bằng lực trên phương pháp tuyến của vỏ (Hình 3), nhận đờng:

$$\frac{N_1}{R_1} + \frac{N_2}{R_2} = p \quad (1)$$

Trong đó:  $R_1$  và  $R_2$  là bán kính cong của cung kính tuyến và vĩ tuyến nằm trong mặt phẳng vuông góc với đờng kính tuyến đờng xác đờng theo (2) và (3).



Hình 3. Các thành phần nội lực  $N_1, N_2$

$$R_1 = -\frac{\sqrt{(1+r'^2)^3}}{r''} \quad (2)$$

$$R_2 = \frac{r}{\cos \alpha} = r \cdot \sqrt{1+r'^2} \quad (3)$$

Tiếp sau, xét cân bằng lực trên phương z, ta có:

$$2 \cdot \pi \cdot r \cdot N_1 \cdot \cos \alpha = 2 \cdot \pi \int_{r_p}^r p \cdot r \cdot dr + 2 \cdot \pi \cdot r_p \cdot q \quad (4)$$

Thay  $\cos \alpha$  từ (3) vào (4) tìm đờng  $N_1$  và thay  $N_1$  vào (1) tìm đờng  $N_2$ :

$$N_1 = \frac{p \cdot R_2}{2} \left( 1 + \frac{2 \cdot q \cdot r_p - p \cdot r_p^2}{p \cdot r^2} \right) \quad (5)$$

$$N_2 = \frac{p \cdot R_2}{2} \left[ 2 - \frac{R_2}{R_1} \left( 1 + \frac{2 \cdot q \cdot r_p - p \cdot r_p^2}{p \cdot r^2} \right) \right] \quad (6)$$

Trường hợp vỏ trụ có lỗ cực đóng kín - tương ứng với bình áp lực, lực phân bố q tại lỗ cực đờng xác đờng từ cân bằng lực theo phương trục z như sau:

$$q = \frac{p \cdot r_p}{2} \quad (7)$$

Thay q từ (7) vào (5) và (6), ta đờng:

$$N_1 = \frac{p \cdot R_2}{2} \quad (8)$$

$$N_2 = \frac{p \cdot R_2}{2} \left[ 2 - \frac{R_2}{R_1} \right] \quad (9)$$

Đối với trường hợp vỏ có lỗ cực hở, lấy lực phân bố tại lỗ cực  $q = 0$ , khi đó, ta có:

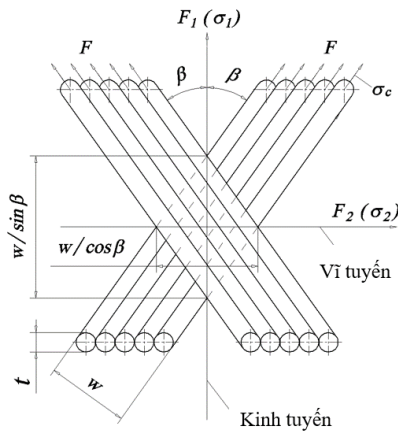
$$N_1 = \frac{p \cdot R_2}{2} \left( 1 - \frac{r_p^2}{r^2} \right) \quad (10)$$

$$N_2 = \frac{p \cdot R_2}{2} \left[ 2 - \frac{R_2}{R_1} \left( 1 - \frac{r_p^2}{r^2} \right) \right] \quad (11)$$

### 2.3. Cân bằng lực sợi trong vỏ composite

Giả sử tách ra một phân tử vỏ composite nằm trên đáy mà có hai băng sợi có chiều dày  $t$  và bề rộng  $w$ , mỗi băng sợi nghiêng góc với đường sinh một góc quán  $\beta$  (Hình 4).

Dưới tác dụng của áp suất  $p$ , theo chiều dọc trục sợi, sẽ xuất hiện nội lực  $F$ , còn theo phương kinh tuyến và vĩ tuyến có các thành phần nội lực  $F_1$  và  $F_2$ . Ứng suất trung bình trên phương kinh tuyến và vĩ tuyến được xác định như sau:



Hình 4. Phân bố sợi trên bề mặt vỏ trụ

$$\sigma_1 = \frac{F_1}{2.t.(w/\cos\beta)} = \frac{2.F.\cos\beta}{2.t.(w/\cos\beta)} = \sigma_c.\cos^2\beta \quad (12)$$

$$\sigma_2 = \frac{F_2.\sin\beta}{2.t.(w/\sin\beta)} = \frac{2.F.\sin\beta}{2.t.(w/\sin\beta)} = \sigma_c.\sin^2\beta \quad (13)$$

Mặt khác, các thành phần ứng suất  $(\sigma_1, \sigma_2)$  có thể được xác định theo các thành phần nội lực  $(N_1, N_2)$  và chiều dày  $h$  của vật liệu composite:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{h} \quad (14)$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{h} \quad (15)$$

Kết hợp các cặp phương trình (12)-(14) và (13)-(15) và kết hợp lại, ta được:

$$\tan^2\beta = \frac{N_2}{N_1} \quad (16)$$

### 2.4. Quan hệ góc quán với các tham số hình học

Do quỹ đạo sợi nằm trong mặt phẳng, nên góc quán bị ràng buộc bởi các tham số hình học của vỏ. Để xác định quan hệ góc quán với các tham số hình học, chúng ta sẽ dựa vào quan hệ hình học vi phân. Xét một điểm A nằm trên quỹ đạo sợi (Hình 1), ta có:

$$\tan\beta = \frac{r.d\theta}{ds_m} = \frac{r.(d\theta/dz)}{ds_m/dz} = \frac{r.(d\theta/dz)}{\sqrt{1+r'^2}} \quad (17)$$

$$\text{Lại có: } r.\sin\theta = z.\tan\gamma + e \quad (18)$$

Lấy đạo hàm hai vế của (14) theo  $z$  và thực hiện phép biến đổi, ta có:

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{\tan\gamma - r'.\sin\theta}{r.\cos\theta} \quad (19)$$

Thay  $d\theta/dz$  từ (19) vào (17) và  $\sin\theta$  rút ra từ (18) vào (17), nhận được:

$$\tan\beta = \frac{r.\tan\gamma - r'.(z.\tan\gamma + e)}{\sqrt{1+r'^2}.\sqrt{r^2 - (z.\tan\gamma + e)^2}} \quad (20)$$

### 2.5. Phương trình biên dạng (kinh tuyến) đáy cơ sở của vỏ trụ có lỗ cực đóng kín

Thay  $R_1$  và  $R_2$  từ (2) và (3) vào (8) và (9), sau đó, thay  $N_1$  và  $N_2$  vào (16), ta được:

$$\bar{r}'' = (\tan^2\beta - 2)\frac{1+r'^2}{r} \quad (21)$$

Thay  $\tan\beta$  từ (20) vào (21), nhận được:

$$\bar{r}'' = \left[ \left[ \frac{r.tg\gamma - r'.(z.tg\gamma + e)}{\sqrt{1+r'^2}.\sqrt{r^2 - (z.tg\gamma + e)^2}} \right]^2 - 2 \right] \frac{1+r'^2}{r} \quad (22)$$

Để thuận tiện cho việc khảo sát, ta sẽ chuyển quan hệ (22) về dạng không thứ nguyên bằng cách đặt  $\bar{r} = r/R$ ,  $\bar{z} = z/R$  và  $\bar{e} = e/R$ :

$$\bar{r}'' = \left[ \left[ \frac{\bar{r}.tg\gamma - \bar{r}'.(z.tg\gamma + \bar{e})}{\sqrt{1+\bar{r}'^2}.\sqrt{\bar{r}^2 - (z.tg\gamma + \bar{e})^2}} \right]^2 - 2 \right] \frac{1+\bar{r}'^2}{\bar{r}} \quad (23)$$

Điều kiện biên để giải các phương trình (23) là tại  $\bar{z} = 0$ ,  $\bar{r}(0) = 1$ ,  $\bar{r}'(0) = 0$ .

### 2.6. Hiện tượng uốn cong của đường kinh tuyến đáy và giải pháp hiệu chỉnh

Để đảm bảo đường cong biên dạng đáy là lồi, đạo hàm cấp hai  $\bar{r}''$  phải âm. Như vậy, từ (21), góc quán  $\beta$  phải thỏa mãn:

$$\tan\beta \leq \sqrt{2} \quad (24)$$

Điều kiện trên biên dạng đáy mà góc quán  $\beta$  làm cho đẳng thức (24) xảy ra sẽ là nơi xuất hiện điểm uốn. Khi này, góc quán  $\beta = 54,7^\circ$  (vì khi đó  $\tan\beta = \sqrt{2}$ ). Tuy nhiên, để đảm bảo điều kiện quán liên tục, góc quán tại lỗ cực phải bằng  $90^\circ$ . Do vậy, đường cong biên dạng đáy luôn bị uốn cong trước khi tiến về lỗ cực. Để khắc phục cần phải có giải pháp hiệu chỉnh.

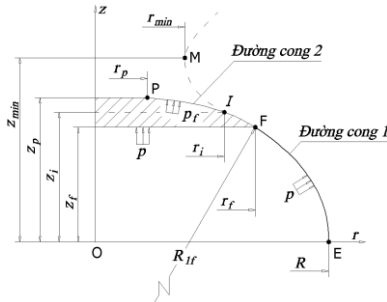
Theo [4], [5], để hiệu chỉnh đường cong biên dạng cơ sở đáy phải sử dụng một đường cong lồi có bán kính  $\bar{r}_f > \bar{r}_i$  (bán kính hướng tâm tại điểm uốn I), đồng thời, sử dụng nắp đóng kín đáy vỏ (Hình 5).

Như vậy, khi đó, lực phân bố tại lỗ cực q sẽ bằng 0. Do đó, phương trình đường cong hiệu chỉnh sẽ được thiết lập từ các quan hệ (10), (11), (16) và (20) có dạng như sau:

$$\bar{r}'' = \left[ \frac{\bar{r} Jg\gamma - \bar{r}'(\bar{z} Jg\gamma + \bar{e})}{\sqrt{1 + \bar{r}'^2} \cdot \sqrt{\bar{r}^2 - (\bar{z} Jg\gamma + \bar{e})^2}} \right]^2 - \frac{2\bar{r}^2}{\bar{r}^2 - (\bar{z} Jg\gamma + \bar{e})^2} \Bigg] \frac{1 + \bar{r}'^2}{\bar{r}} \quad (25)$$

Điều kiện biên để giải các phương trình (25) là:

$$\text{tại } \bar{z} = 0, \bar{r}(0) = \bar{r}(\bar{z}_f) \Big|_{theo(23)}, \bar{r}'(0) = 0.$$



Hình 5. Hiệu chỉnh đường cong biên dạng đáy

### 2.7. Điều kiện không trượt của sợi

Điều kiện bắt buộc cho mọi quá trình quán ổn định là sợi phải không bị trượt. Theo [6], để đảm bảo sợi không trượt:

$$|\lambda| \leq [\lambda] \quad (26)$$

Với:  $\lambda$  là hệ số trượt giữa sợi và khuôn quán được xác định như (27);  $[\lambda]$  là hệ số trượt cho phép.

$$\lambda = \frac{(1 + r'^2)(r' \cdot \sin \beta + r \cdot \beta' \cdot \cos \beta)}{(1 + r'^2) \sin^2 \beta - r \cdot r'' \cdot \cos^2 \beta} \quad (27)$$

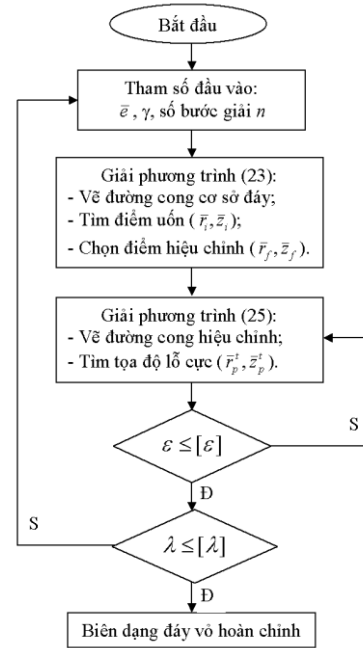
### 3. Thuật toán xác định biên dạng đáy

Từ phương trình (23) và (25) thấy rằng, các phương trình này đều là các phương trình vi phân không thuần túy, nên để giải chúng cần dùng phương pháp số. Phương trình (23) có thể giải với các tham số ban đầu  $\bar{e}$  và  $\gamma$  cho trước. Tuy nhiên, trong phương trình (25) xuất hiện tham số mờ  $\bar{z}_p$ , là tham số không thể cho trước. Vì vậy, để giải phương trình (25) nhằm tìm đường cong hiệu chỉnh đúng đắn cần phải có thủ thuật toán học riêng. Ở đây, nhóm tác giả đề xuất lời giải lặp lại như sau:

- Cho trước một giá trị  $\bar{z}_p^c$ , sau đó, tiến hành giải phương trình (25) và tìm ra tham số tính toán  $\bar{z}_p^t$ .
- Lặp lại quá trình trên đến khi sai số tương đối

$$\varepsilon = \frac{|\bar{z}_p^t - \bar{z}_p^c|}{\bar{z}_p^t} \leq [\varepsilon], \text{ ở đó, } [\varepsilon] \text{ là giá trị sai số cho phép.}$$

Thêm nữa, để tìm đường cong biên dạng đáy hoàn chỉnh, cần phải xác định được giá trị hệ số trượt  $\lambda$  và so sánh với giá trị chọn trước  $[\lambda]$ . Sơ đồ giải thuật xác định biên dạng đáy được mô tả như Hình 6.



Hình 6. Sơ đồ giải thuật xác định biên dạng đáy

### 4. Kết quả và bàn luận

Từ mô hình toán xác định biên dạng đáy và sơ đồ thuật toán đã trình bày ở phần này, 2 kết quả tính toán cho 2 trường hợp với cặp tham số ban đầu ( $\bar{e}$  và  $\gamma$ ) lần lượt là (0,1 và  $\pi/20$ ) và (0,3 và  $\pi/10$ ).

Tham số  $\bar{z}_p^{c-1}$  ban đầu được chọn là 0. Sau bước giải thứ nhất, từ giá trị  $\bar{z}_p^{t-1}$  tìm được, giá trị  $\bar{z}_p^{c-2}$  sẽ được chọn là  $\bar{z}_p^{c-2} = \bar{z}_p^{c-1} + \frac{\bar{z}_p^{t-1} - \bar{z}_p^{c-1}}{2}$ . Quá trình tính toán sẽ dừng lại ở bước thứ  $n$  nhất định, khi

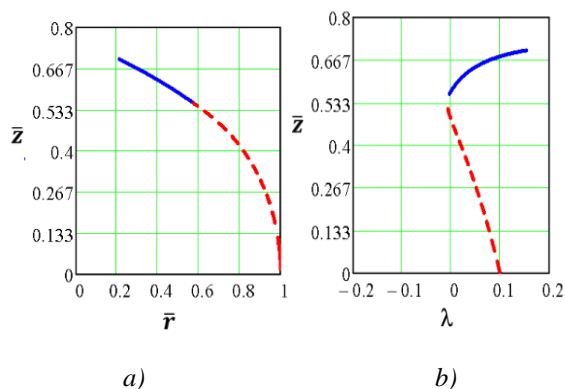
$$\varepsilon_n = \frac{|\bar{z}_p^{t-n} - \bar{z}_p^{c-n}|}{\bar{z}_p^{t-n}} \leq [\varepsilon] = 0,01.$$

Hình 7 và Hình 8 trình bày kết quả xác định đường cong biên dạng đáy và sự phụ thuộc của hệ số trượt  $\lambda$  vào tọa độ  $z$  cho cả hai trường hợp. Nhận thấy, tại phần tiếp giáp xích đạo và phần lỗ cực, hệ số trượt lớn hơn, có nghĩa là sợi có xu hướng trượt nhiều hơn ở 2 phần này. Theo [7], hệ số trượt giới hạn cho trường hợp quán ướt là  $[\lambda] \approx 0,2$ . Như vậy, có thể thấy:

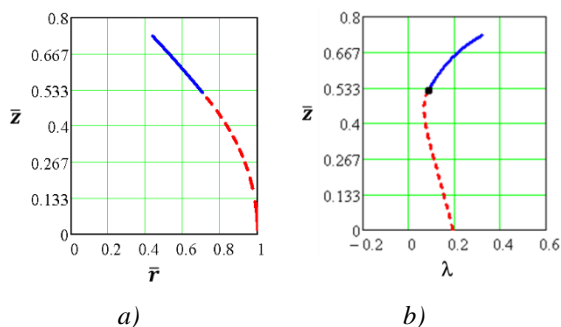
- Ở trường hợp 1, hệ số trượt lớn nhất đạt khoảng 0,16, tức là nhỏ hơn hệ số trượt cho phép. Như vậy, khi sợi rải trên bề mặt vỏ sẽ không bị trượt.

- Ở trường hợp 2, hệ số trượt lớn nhất đạt khoảng 0,37, tức là lớn hơn hệ số trượt cho phép. Trong trường hợp này, khi sợi rải trên bề mặt vỏ sẽ bị trượt.

Do vậy, trong thiết kế biên dạng đáy vỏ trụ, trường hợp 2 sẽ loại bị bỏ, trường hợp 1 sẽ được chọn.



**Hình 7. Biên dạng đáy (a) và hệ số trượt  $\lambda$  (b) với cặp tham số ( $\bar{c}$  và  $\gamma$ ) là (0,1 và  $\pi/20$ ); Số lần lợp 8**



**Hình 8. Biên dạng đáy (a) và hệ số trượt  $\lambda$  (b) với cặp tham số ( $\bar{c}$  và  $\gamma$ ) là (0,3 và  $\pi/10$ ); số lần lợp 5**

## 5. Kết luận

Từ đặc điểm hình học và tính chất chịu lực của bình composite hình trụ chịu áp lực trong, với các bài toán cân bằng lực trên vỏ, đã đưa ra được mô hình toán xác định biên dạng cơ sở đáy và giải pháp hiệu chỉnh do sự uốn cong của đường cong biên dạng cơ sở. Trên cơ sở điều kiện không trượt của sợi, đã xây dựng sơ đồ giải thuật xác định biên dạng đáy vỏ trụ composite hoàn chỉnh, đủ điều kiện phục vụ thiết kế.

## Lời cảm ơn:

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Trường Đại học Hàng hải Việt Nam trong đề tài mã số **DT20-21.31**.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Hartung R.F, *Planar-wound filamentary pressure vessels*, AIAA Journal, Vol.1(12), pp.2842-2844, 1963.
- [2] Vydrin V.M, G.K. Ibraev and V.P. Perminov, *To the problem of optimization of composite shells of revolution*, Hydraulics and Strength of Machines and Structures, Perm, pp.42-47, 1978 (in Russian).
- [3] Bunakov V.A, V.D. Protasov and S.B. Cherevatskii, *Optimum design of membrane composite shells of revolution*, in V.V. Vasiliev, Composite pressure vessels- analysis, design, and manufacturing, Virginia, USA: Bull Ridge Publishing, Blacksburg, 2009.
- [4] Vasiliev V.V, *Composite pressure vessels- analysis, design, and manufacturing*, Virginia, USA: Bull Ridge Publishing, Blacksburg, 2009.
- [5] Mahdy W. M, H. Kamel and E.E. El-Soaly, *Design of optimum filament wound pressure vessel with integrated end domes*, International Conference on Aerospace Sciences & Aviation Technology, May 2015.
- [6] Zu L, S. Koussios and A. Beukers, *Design of filament-wound domes based on continuum theory and non-geodesic roving trajectories*, Composites: Part A, Vol.41, pp.1312-1320, 2010.
- [7] Wang R, W. Jiao, W. Liu, F. Yang, X. He, *Slippage coefficient measurement for non-geodesic filament-winding process*, Composites: Part A, Vol.42, pp.303-309, 2011.

Ngày nhận bài:	06/02/2021
Ngày nhận bản sửa:	28/02/2021
Ngày duyệt đăng:	12/3/2021