

# ẢNH HƯỞNG CỦA CÁC THÔNG SỐ HÌNH DẠNG MẶT CẮT ĐẬP TRÀN HÌNH THANG VUÔNG ĐẾN HỆ SỐ LƯU LƯỢNG

## INFLUENCE OF SQUARE TRAPEZOIDAL SPILLWAY SECTION SHAPE PARAMETERS ON THE DISCHARGE COEFFICIENT

TRỊNH CÔNG TÝ

Khoa Xây dựng Công trình thủy, Trường Đại học Xây dựng Hà Nội

Email liên hệ: tytc@huce.edu.vn

### Tóm tắt

Đập tràn mặt cắt thực dụng hình thang được sử dụng khá phổ biến ở các quốc gia có nền nông nghiệp phát triển để lấy nước hay thoát lũ cho các hệ thống công trình thủy lợi có cột nước vừa và thấp. Trong đó, hình dạng đập với mặt cắt hình thang vuông có mái hạ lưu dốc được ứng dụng rộng rãi, với ưu điểm không chỉ đảm bảo khả năng tháo lũ mà còn thuận lợi nối tiếp dòng chảy với công trình ở hạ du. Tuy nhiên, hiện nay các nghiên cứu, dữ liệu công bố trên cơ sở lý thuyết và thực nghiệm cho loại đập trên vẫn còn hạn chế, chưa đầy đủ, các số liệu dùng để tính toán xác định khả năng tháo của đập ( $C_d$ ) trong công tác thiết kế cần phải tra cứu, nội suy trong bộ dữ liệu nhỏ từ tiêu chuẩn hay sổ tay tính toán thủy lực. Vì vậy, để bổ sung và làm hoàn thiện bộ dữ liệu xác định khả năng tháo đập tràn, bài báo đã ứng dụng mô hình Flow-3D nghiên cứu dòng chảy qua tràn, xây dựng các đường cong quan hệ giữa hệ số lưu lượng và đặc điểm hình học của đập tràn, đồng thời nghiên cứu sử dụng kết hợp phương pháp thống kê thiết lập được các biểu thức định lượng về hệ số lưu lượng theo đặc điểm hình học của đập và điều kiện dòng chảy với hệ số tương quan cao, các kết quả nghiên cứu có sai số nhỏ so với các tài liệu chuyên ngành hiện có. Ngoài ra, kết quả nghiên cứu góp phần là tài liệu tham khảo hữu ích về thủy lực công trình thoát lũ.

**Từ khóa:** Mô hình Flow-3D, đập tràn mặt cắt hình thang vuông, hệ số lưu lượng.

### Abstract

Practical trapezoidal cross-section weirs are pretty commonly used in countries with developed agriculture to take water or discharge floods for irrigation systems with medium and low water heads. The weir shape with a square trapezoidal cross-section with downstream slopes is widely applied, with the advantage of ensuring the ability

to discharge floods and conveniently connect the flow with the downstream works. However, research and published data based on theory and experimentation for this type of dam are still limited and incomplete. The data used to calculate and determine the discharge capacity of the spillway ( $C_d$ ) in the design work needs to be looked up and interpolated into a small data set from standards or hydraulic calculation manuals. Therefore, to supplement and complete the data set to determine the discharge coefficient, this paper applied the Flow-3D model to study the flow over the spillway, build the curves of the relationship between the discharge coefficient and the geometric characteristics of the spillway, and simultaneously, the study used a combination of statistical methods to establish quantitative expressions of the discharge coefficient according to the geometric characteristics of the weir and the flow conditions with high correlation coefficients, the research results have small errors compared to existing specialized documents. In addition, the research results are a helpful reference document on the hydraulics of flood drainage works.

**Keywords:** Flow-3D model, square trapezoidal spillway section, discharge coefficient.

### 1. Đặt vấn đề

Đập tràn tháo lũ chiếm một vị trí quan trọng trong các loại công trình tháo lũ [1], đây là loại công trình tháo lũ phổ biến trong đầu mối hệ thống thủy lợi - thủy điện, giúp hồ chứa vận hành an toàn.

Các nghiên cứu lý thuyết và thực nghiệm về dòng chảy tự do trên các đập tràn hình thang có nhiều ứng dụng, đặc biệt là trong các tính toán, phân tích dòng chảy lũ trên các loại công trình xây dựng, phổ biến như đập tràn thủy lợi, kè đường giao thông và đê ven biển. Đập tràn mặt cắt thực dụng hình thang thường được phân loại thành hai nhóm, cụ thể là đập tràn có

đỉnh rộng và đập tràn có đỉnh ngắn tùy thuộc vào tỷ lệ giữa cột nước trên tràn và chiều rộng đỉnh đập ( $H/C$ ), theo sổ tay tính toán thủy lực [2], với  $H/C < 1/3$  xem đập tràn như đập tràn đỉnh rộng và  $0,4 \leq H/C \leq 2,0$  được coi là đập tràn hình thang có đỉnh ngắn.

Dòng chảy qua đập tràn hình thang đỉnh rộng đã được nghiên cứu rộng rãi trong thực nghiệm cũng như mô hình tính toán động lực học chất lỏng (CFD). Gần đây, Haun và nnk [3] đã áp dụng các mô hình số Flow-3D và SSIIM 2 để mô phỏng đặc trưng dòng chảy qua đập tràn: mặt thoáng, trường vận tốc,... kết quả nghiên cứu chỉ ra các mô hình số trên phù hợp mô phỏng dòng chảy tự do qua tràn. Ayoob and Hamad [4] sử dụng mô hình thủy lực Flow-3D nghiên cứu ảnh hưởng của một số loại đập tràn hình thang đỉnh rộng đối với hệ số lưu lượng qua đập tràn, kết quả nghiên cứu cho thấy, việc giảm độ dốc mái thượng lưu đập có tác dụng làm tăng khả năng tháo, mái dốc hạ lưu đập ảnh hưởng không đáng kể tới hệ số tháo.

Đối với đập tràn thực dụng mặt cắt hình thang đỉnh ngắn có thể được phân thành 3 loại như sau: Loại I tương ứng với mặt cắt đập có cả hai mái dốc thượng và hạ lưu; loại II mặt cắt đập hình thang vuông có mái dốc về phía thượng lưu và loại III là đập hình thang vuông có mái dốc về hạ lưu. Loại I đã có nhiều nghiên cứu, phải kể đến như: Singh and Sen [5], Zerihun [6] đã sử dụng mô hình thực nghiệm, mô hình số và phương pháp phân tích dữ liệu thực nghiệm đánh giá và làm rõ đặc điểm dòng chảy qua tràn như: Đường mặt nước, áp suất thủy động mặt tràn, các công thức xác định hệ số lưu lượng qua đập tràn trong trường hợp dòng chảy tự do và ngập. Các nghiên cứu về đập tràn loại II và III còn rất hạn chế, với một số liệu rất ít về hệ số tháo đối với các đại lượng hình dạng đập ( $P/H$ ,  $H/C$ ,  $m_{HL}$ ) được tổng hợp trong sổ tay tính toán thủy lực [2], và tiêu chuẩn tính toán thủy lực đập tràn [7].

Như vậy, phần lớn các nghiên cứu được công bố chủ yếu tập trung đối với đập tràn mặt cắt hình thang cho trường hợp đỉnh rộng. Vấn đề nghiên cứu thủy lực của dòng chảy tự do trên loại mặt cắt đập tràn hình thang có đỉnh ngắn chưa được quan tâm đầy đủ và còn nhiều hạn chế. Vì vậy, nghiên cứu này ứng dụng mô hình thủy lực Flow-3D tập trung nghiên cứu ảnh hưởng của các tham số hình dạng đập tràn mặt cắt thực dụng hình thang vuông có mái dốc hạ lưu đối với hệ số lưu lượng qua đập trong phạm vi nghiên cứu: Tỷ lệ chiều cao đập với cột nước trên tràn  $1,0 \leq P/H \leq 5,0$  (bao gồm phạm vi đập thấp, đập cao trung bình và đập cao); tỷ lệ giữ cột nước trên tràn với chiều rộng đỉnh đập  $0,4 \leq H/C \leq 2,0$  và mái dốc hạ lưu  $m_{HL}$  thay đổi từ 0,18 đến 0,57 ( tương ứng với góc nghiêng mái hạ

lưu đập so với phương ngang  $\beta$ , thay đổi từ  $10^0$  đến  $80^0$ ); dòng chảy tự do qua tràn và không co hẹp bên.

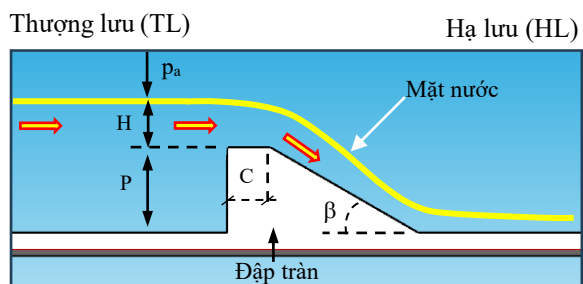
## 2. Nội dung và phương pháp nghiên cứu

### 2.1. Mô hình thủy lực Flow-3D

Dòng chảy tự do qua đập tràn thực dụng mặt cắt hình thang được thực hiện nghiên cứu bằng phương pháp CFD. Mô hình Flow-3D sử dụng phương pháp thể tích hữu hạn (FVM) để giải các phương trình Reynolds-averaged Navier-Stokes (RANS) về chuyển động của chất lỏng. Nó bao gồm các mô hình rối phổ biến như k- $\epsilon$ , RNG k- $\epsilon$  hay xoáy lớn (LES),... mỗi mô hình rối có những ưu điểm riêng, đối với dòng chảy qua đập tràn thì mô hình rối RNG k- $\epsilon$  phù hợp hơn các mô hình rối khác [8, 9]. Vì vậy, mô hình rối RNG k- $\epsilon$  được lựa chọn sử dụng trong bài toán mô phỏng. Ngoài ra, mặt thoáng chất lỏng được xác định bằng phương pháp thể tích chất lỏng (VOF) [10].

### 2.2. Mô hình đập tràn và các trường hợp nghiên cứu

Mô hình đập tràn sử dụng trong mô phỏng là đập tràn thực dụng, mặt cắt hình thang vuông với mái dốc hạ lưu nghiêng, như thể hiện ở Hình 1. Bài báo thực hiện mô phỏng với 48 trường hợp ứng với góc mái thượng lưu cố định  $90^0$  và góc mái hạ lưu đập thay đổi từ  $10^0$  đến  $80^0$ , đồng thời cột nước trên đập thay đổi trên phạm vi từ  $1,0 \leq P/H \leq 5,0$ . Số liệu đầu vào cho các trường hợp mô phỏng được thể hiện chi tiết trong Bảng 1.



Hình 1. Dòng chảy qua đập tràn mặt cắt hình thang

Bảng 1. Trường hợp tính toán và điều kiện dòng chảy

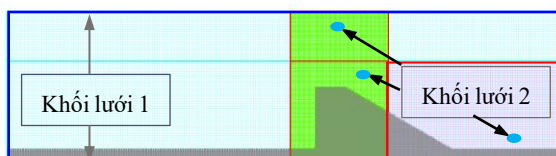
Mô phỏng	P/H	H/C	C (m)	$\beta$ (độ)	$m_{HL}$ (-)
1 ÷ 48	1,0	2,0	0,25	(10, 20, 30,40, 50,60, 70, 80)	(0,18 ÷ 5,7)
	1,1	1,8			
	1,4	1,4			
	2,0	1,0			
	3,3	0,6			
5,0	0,4				

Trong đó: P, H và C lần lượt là chiều cao đập, cột nước đập tràn và chiều rộng (chiều dày) của đỉnh đập

trần;  $\beta$ ,  $m_{HL}$  lần lượt là góc nghiêng mái dốc hạ lưu đập và hệ số mái hạ lưu.

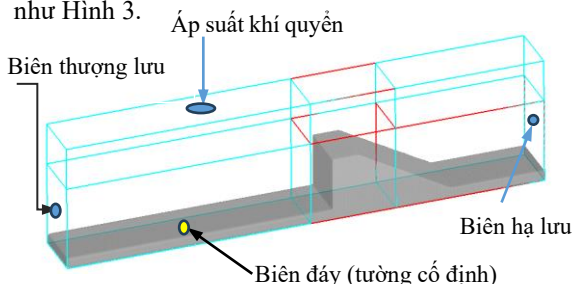
### 2.3. Thiết lập miền không gian mô phỏng và các điều kiện biên

Nghiên cứu này sử dụng hai khối lưới có kích thước phần tử lưới khác nhau để mô tả miền không gian mô phỏng cho dòng chảy qua đập tràn (xem Hình 2). Trong đó, miền tính toán được rời rạc hóa thành các ô lưới với kích thước ba chiều như nhau ( $\Delta x = \Delta y = \Delta z$ ). Dựa trên các kích thước hình học của đập, thông số dòng chảy trong bài toán mô phỏng và kinh nghiệm thiết lập lưới cho một số bài toán mô phỏng dòng chảy hở ứng dụng mô hình CFD [9, 11, 12], nghiên cứu này sử dụng cỡ lưới 2,0cm cho Khối lưới 1 và lưới mịn 1,0cm cho Khối lưới 2 (khu vực dòng chảy có sự thay đổi lớn) cho các trường hợp mô phỏng.



Hình 2. Miền không gian tính toán mô phỏng dòng chảy

Các biên tính toán trong mô hình được thiết lập như sau: Mực nước H(m) tương ứng với các trường hợp chạy mô phỏng được gán cho biên thượng lưu đập tràn; biên hạ lưu đập là dòng chảy tự do trên kênh; biên đáy được gán là tường cố định; áp suất khí quyển được thiết lập cho biên mặt thoáng dòng chảy trong mô hình; hai bên đập được giả thiết là biên đối xứng, như Hình 3.

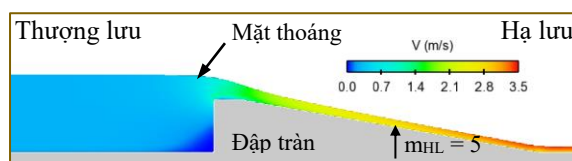


Hình 3. Thiết lập các điều kiện biên cho mô hình 3D

## 3. Kết quả và thảo luận

### 3.1. Xác nhận kết quả mô phỏng thủy lực

Trong bài báo này, tác giả sử dụng số liệu về hệ số lưu lượng qua đập tràn mặt cắt hình thang vuông có các điều kiện: Hệ số mái nghiêng hạ lưu  $m_{HL} = 5$ , đập thấp  $0,5 \leq P/H \leq 2,0$  và  $H/C = 1,0$  theo TCVN 9147: 2012 [7] làm cơ sở để đánh giá, xác nhận sự phù hợp giữa kết quả mô phỏng số với số liệu thực nghiệm. Kết quả mô phỏng trường dòng chảy qua đập tràn được thể hiện trên Hình 4.



Hình 4. Trường dòng chảy 2D qua đập tràn

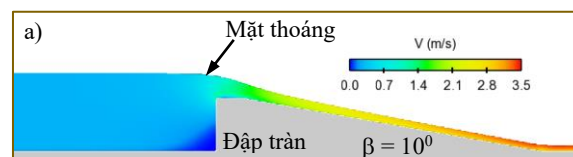
Bảng 2. Kết quả so sánh hệ số lưu lượng qua đập tràn

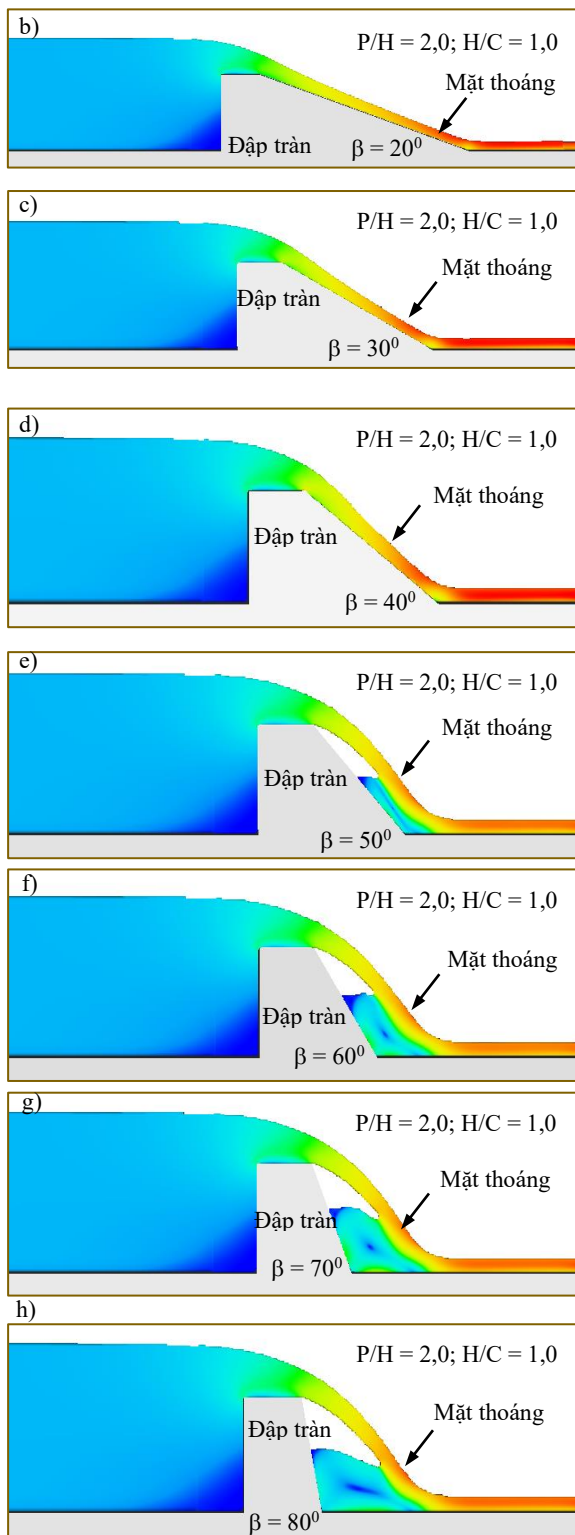
Nội dung	Hệ số lưu lượng ( $C_d$ )	Sai số (%)
Kết quả mô phỏng số	0,375	4,17%
Kết quả theo TCVN 9147: 2012 [7]	0,360	0,00%

Từ kết quả so sánh ở Bảng 2, sai số tính toán về hệ số lưu lượng qua đập tràn giữa kết quả mô phỏng thủy lực và kết quả theo TCVN 9147: 2012 [7] là 4,17% (nhỏ hơn 5%). Do vậy, mô hình thủy lực Flow-3D với kích thước lưới lựa chọn ở trên phù hợp cho mô phỏng dòng chảy qua đập tràn mặt cắt thực dụng.

### 3.2. Dòng chảy qua đập tràn

Sự thay đổi trường dòng chảy đối với các góc nghiêng mái hạ lưu đập tràn thay đổi từ  $10^0$  đến  $80^0$  được minh họa chi tiết dựa trên kết quả xử lý từ mô hình CFD như thể hiện trên Hình 5, trong cùng điều kiện  $P/H = 2,0$  và  $H/C = 1,0$ . Trường dòng chảy qua đập được phân thành ba khu vực: Ở thượng lưu hồ chứa, vận tốc dòng chảy gần như không đáng kể ( $V \approx 0m/s$ ); khu vực ở phạm vi đập tràn dòng chảy tăng dần vận tốc; khu vực sau đập, hạ lưu đập dòng chảy có vận tốc lớn, tại đây thế năng của dòng chảy được tạo ra bởi chiều cao đập tràn ( $P+H$ ) được chuyển hóa thành động năng dòng chảy. Từ Hình 5 cho thấy, với góc nghiêng nhỏ  $\beta \leq 40^0$ , dòng chảy sau khi đi qua đỉnh đập được nối tiếp thuận lợi về mặt thủy lực với kênh dẫn hạ lưu đập. Ngược lại, với  $\beta \geq 50^0$  dòng chảy sau khi đi qua đỉnh đập không còn bám sát vào bề mặt hạ lưu đập mà tách thành dòng phun vào không khí, sau đó rơi xuống kênh dẫn hạ ở lưu đập, điều này làm phát sinh dòng chảy ngược và khu nước dâng ngay tại chân công trình, do đó dễ gây ra hiện tượng xói hạ lưu công trình.





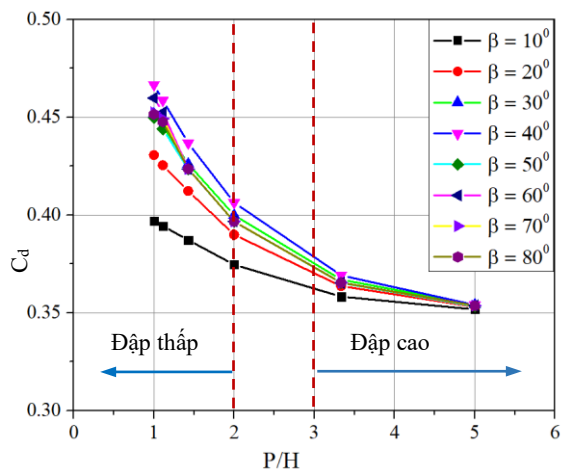
**Hình 5. Trường dòng chảy 2D qua các đập tràn**

Với góc nghiêng mái hạ lưu nhỏ, dòng chảy sau đập bán sát bề mặt mái dốc hạ lưu đập tràn, do đó làm tăng tổn thất năng lượng dòng chảy gây ra bởi ma sát giữa dòng chảy và bề mặt hạ lưu đập, dẫn tới giảm khả năng tháo qua đập tràn. Với góc mái nghiêng lớn,

dòng chảy sau tràn tách khỏi mái hạ lưu đập nên ảnh hưởng gần như không đáng kể tới hệ số lưu lượng, điều này được phân tích kỹ hơn ở mục 3.3 và 3.4.

**3.3. Ảnh hưởng các đặc trưng hình học đập đối với hệ số lưu lượng ( $C_d$ )**

Để đánh giá mối tương quan của các đặc trưng hình học đập tràn như: tỷ số P/H, H/C và  $m_{HL}$  đối với hệ số lưu lượng  $C_d$  qua đập chảy tự do, nghiên cứu đã xây dựng các mối quan hệ thông qua các đồ thị như Hình 6, 7 đã thể hiện. Từ Hình 6 cho thấy, với đập thấp ( $0,5 \leq P/H \leq 2,0$ ) thì hệ số  $C_d$  lớn, giá trị của nó nằm trong khoảng 0,36 đến 0,46. Nhưng, đối với đập cao ( $3,0 \leq P/H \leq 5,0$ ) thì giá trị  $C_d$  thay đổi rất nhỏ, giá trị trong khoảng 0,36.

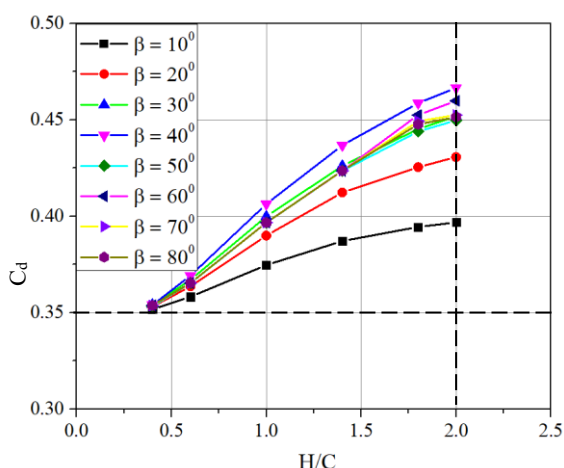


**Hình 6. Quan hệ giữa P/H và hệ số  $C_d$**

Từ đồ thị quan hệ giữa tỷ lệ cột nước trên đập tràn và chiều rộng đỉnh đập (H/C) trên Hình 7 nhận thấy, giá trị của  $C_d$  đồng biến với sự thay đổi của tỷ số H/C, khi H/C tăng thì  $C_d$  cũng tăng. Với giá trị H/C nhỏ ( $H/C = 0,4$ ) thì giá trị  $C_d$  là nhỏ nhất, ngược lại với giá trị H/C lớn ( $H/C = 2,0$ ) thì giá trị  $C_d$  là lớn nhất. Do đó, với tỷ số  $0,4 \leq H/C \leq 2,0$  thì  $C_d$  hiệu quả với tỷ số H/C càng lớn, điều này có thể được giải thích do ảnh hưởng của chiều rộng đỉnh đập đối với dòng chảy trên mặt đập tràn giảm khi cột nước trên tràn tăng lên.

Mặt khác, ảnh hưởng của mái nghiêng hạ lưu đập tràn  $m_{HL}$  cũng được thể hiện rõ trong Hình 6 và 7. Khi góc nghiêng nhỏ,  $\beta = 10^\circ$  thì hệ số lưu lượng  $C_d$  là nhỏ nhất ( $C_{dmin} \approx 0,36$ ), điều này có thể được thể hiện và giải thích dựa trên trường dòng chảy qua đập tràn như thể hiện trên Hình 5a, góc nghiêng  $\beta = 40^\circ$  cho trị số  $C_d$  lớn nhất. Đối với  $\beta$  thay đổi từ  $50^\circ$  đến  $80^\circ$  thì giá trị  $C_d$  khá cao, gần như thay đổi không đáng kể với sự thay đổi của góc  $\beta$  (do dòng chảy qua đập tràn tách khỏi bề mặt mái dốc hạ lưu đập).





Hình 7. Quan hệ giữa H/C và hệ số  $C_d$

### 3.4. Thiết lập công thức xác định hệ số lưu lượng ( $C_d$ )

Hệ số lưu lượng  $C_d$  của đập tràn phụ thuộc vào chiều cao đập P (hay tỷ lệ chiều cao đập so với cột nước tràn, P/H), tỷ lệ cột nước trên đập tràn so với chiều rộng đỉnh đập (H/C) và hệ số mái nghiêng hạ lưu đập  $m_{HL}$ , theo các tài liệu [2, 7]. Như vậy, hệ số  $C_d$  có thể được biểu diễn qua biểu thức (1).

$$C_d = f\left(\frac{P}{H}, \frac{H}{C}, m_{HL}\right) \quad (1)$$

Dựa vào phương trình (1), thực hiện phân tích tương quan giữa các biến, kết quả phân tích tương quan thu được hai biến H/C và  $m_{HL}$  độc lập với nhau và cùng có tương quan rất cao với hệ số lưu lượng  $C_d$ , điều này cũng được nêu trong tài liệu [2]. Sử dụng phương pháp phân tích hồi quy và phần mềm IBM SPSS phiên bản 20 [13], nghiên cứu đã thiết lập được biểu thức xác định hệ số lưu lượng  $C_d$  như công thức (2) dưới đây, với hệ số tương quan  $R^2 = 0,93$ .

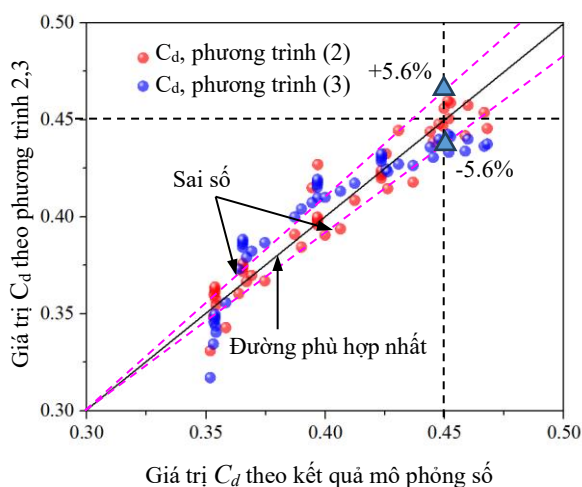
$$C_d = 0,341 + 0,06 \frac{H}{C} - 0,006 m_{HL} \quad (2)$$

Ngoài ra, khi xem xét quan hệ của hệ số  $C_d$  với chiều cao đập và mái nghiêng hạ lưu, nghiên cứu thành lập ra biểu thức số (3), có  $R^2 = 0,84$  khá tốt.

$$C_d = 0,467 - 0,023 \frac{P}{H} - 0,006 m_{HL} \quad (3)$$

Kết quả dự đoán hệ số lưu lượng  $C_d$  thông qua biểu thức tính toán theo phương trình (2) và (3) so sánh với các kết quả từ mô hình số được thể hiện trên Hình 8. Từ Hình 8, cho thấy sai số kết quả tính toán theo phương trình (2) với mô hình số nhỏ < 5%. Vì vậy, phương trình (2) dự báo tốt hệ số lưu lượng  $C_d$  cho

trường hợp nghiên cứu. Phương trình (3) có sai số lớn hơn so với phương trình (2), một số giá trị  $C_d$  phân tán xa đường phù hợp giữa kết quả dự đoán và mô phỏng.



Hình 8. Giá trị  $C_d$  theo dự đoán và phương pháp số

Từ hình 6 và 7 kết hợp với các phương trình (2) và (3), nghiên cứu cho thấy có sự thống nhất và quan hệ chặt chẽ giữa các đặc trưng hình học của đập tràn đối với hệ số lưu lượng  $C_d$ . Cụ thể, kết hợp phương trình (3) và đồ thị Hình 6 đều thể hiện khi tỷ số P/H nhỏ thì trị số  $C_d$  lớn và ngược lại. Trong khi đó phương trình (2) và Hình 7 thể hiện rằng hệ số  $C_d$  tăng theo sự gia tăng của tỷ số H/C. Phương trình (2) và (3) đều cho thấy hệ số mái hạ lưu  $m_{HL}$  nghịch biến với hệ số lưu lượng, với giá trị  $m_{HL}$  càng lớn ( $\beta$  nhỏ) thì hệ số lưu lượng càng nhỏ và ngược lại.

### 4. Kết luận

Kết quả nghiên cứu đã làm sáng tỏ sự thay đổi của hệ số lưu lượng  $C_d$  đối với các thông số hình dạng của đập tràn thực dụng mặt cắt hình thang vuông có mái dốc hạ lưu trong điều kiện dòng chảy tự do và không co hẹp bên.

Các đặc tính dòng chảy qua tràn như: Sự phân bố trường dòng chảy, chế độ nổi tiếp hạ lưu đập tràn được thể hiện chi tiết và trực quan từ kết quả của mô hình số Flow-3D. Nghiên cứu đã phân tích, đánh giá ảnh hưởng của chiều cao đập (P), chiều rộng đỉnh đập (C), cột nước trên tràn (H) và hệ số mái nghiêng hạ lưu đập  $m_{HL}$  đối với hệ số lưu lượng  $C_d$  thông qua các đồ thị Hình 6, 7 và biểu thức định lượng (2), (3) với hệ số tương quan cao. Hệ số lưu lượng  $C_d$  hiệu quả với tỷ lệ P/H nhỏ, H/C lớn và  $m_{HL}$  nhỏ ( $\beta$  lớn).

Ngoài ra, kết quả nghiên cứu góp phần bổ sung tài liệu tham khảo hữu ích trong công tác thiết kế công trình tháo lũ.

**Lời cảm ơn**

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Trường Đại học Xây dựng Hà Nội (HUCE) trong đề tài mã số: **38-2024/KHXD**.

**TÀI LIỆU THAM KHẢO**

- [1] Nguyễn Văn Cung, Nguyễn Xuân Đăng, Ngô Trí Viêng (2005). *Công trình tháo lũ trong đầu mối hệ thống thủy lợi*. Nhà xuất bản Xây dựng.
- [2] Lưu Công Đào, Nguyễn Tài (1984). *Sổ tay tính toán thủy lực*. Nhà xuất bản Nông nghiệp Hà Nội.
- [3] S. Haun, N. R. B. Olsen, and R. Feurich (2011). *Numerical modeling of flow over trapezoidal broad-crested weir*. Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics, Vol.5, No.3, pp.397-405.
- [4] N. S. Ayoob and A. M. Hamad (2022). *Numerical simulation for flow over a broad-crested weir using FLOW-3D program*. Civil Engineering and Architecture, Vol.10, No.5, pp.2157-2171.
- [5] P. Singh and D. Sen. (2023). *Flow-through short-crested trapezoidal weirs: effect of downstream slope*. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, Vol.149, No.8, p.06023002.
- [6] Y. T. Zerihun (2020). *Free flow and discharge characteristics of trapezoidal-shaped weirs*. Fluids, Vol.5, No.4, p.238.
- [7] TCVN 9147:2012. (2012). *Công trình thủy lợi- Quy trình tính toán thủy lực đập tràn*, Tổng cục Tiêu chuẩn đo lường Chất lượng thẩm định, Bộ Khoa học và Công nghệ.
- [8] Lê Thị Thu Hiền, Dương Hoài Đức, Đinh Hải Đăng, Nguyễn Đức Phú (2020). *Nghiên cứu dòng chảy qua tràn xả lũ Tà Rục - Khánh Hòa bằng mô hình rối kết hợp trộn khí*. Khoa học kỹ thuật Thủy lợi và Môi trường, Vol.70.
- [9] T. C. Ty, Z. J. Min, T. C. Trieu. (2024), *Influence of Right Triangular Prism Rough Beds on Hydraulic Jumps*. Applied Sciences.
- [10] F. S. Inc. (2020). *Flow-3D V9.3 User's Manual*. Santa Fe, NM, USA.
- [11] A. Ghaderi, M. Dasineh, F. Aristodemo, and C. Aricò (2021). *Numerical simulations of the flow field of a submerged hydraulic jump over triangular macroroughnesses*. Water, Vol.13, No.5, p.674.
- [12] T. C. Trieu and T. C. Ty. (2023), *Prediction of the Vortex Evolution and Influence Analysis of Rough Bed in a Hydraulic Jump with the Omega-Liutex Method*. Tehnicki vjesnik- Technical Gazette, Vol.30, No.6, pp.1761-1768.
- [13] IBM SPSS Statistics, Version 20 (2011).

Ngày nhận bài:	29/08/2024
Ngày nhận bản sửa:	13/09/2024
Ngày duyệt đăng:	25/09/2024