

TÍNH TOÁN TỐI ƯU HÓA TƯỜNG CHẮN ĐẤT DẠNG CỨNG BẰNG THUẬT TOÁN TỐI ƯU HÓA BẦY ĐÀN SHAPE OPTIMIZATION OF GRAVITY RETAINING WALL USING PARTICLE SWARM OPTIMIZATION ALGORITHM

PHẠM QUỐC HOÀN*, PHẠM VĂN SỸ

Khoa Công trình, Trường Đại học Hàng hải Việt Nam

*Email liên hệ: hoanpq.ctt@vimaru.edu.vn

Tóm tắt

Tường chắn đất là một loại kết cấu phổ biến được sử dụng trong nhiều lĩnh vực như xây dựng dân dụng, thủy lợi, giao thông đường bộ, giao thông đường thủy,... Loại kết cấu này có vai trò quan trọng trong việc giữ cho đất nói chung và toàn bộ công trình nói riêng ổn định trước sự thay đổi đột ngột hay chênh cao độ của đất trước và sau tường. Tuy nhiên việc tính toán lựa chọn kích thước tường chắn hiện vẫn chủ yếu dựa trên kinh nghiệm, thiên về an toàn, thường dẫn tới việc lãng phí vật liệu, tăng chi phí xây dựng. Bài báo này trình bày nội dung ứng dụng thuật toán tối ưu hóa bầy đàn (PSO) tự động tính toán tối ưu hóa kích thước tường chắn đất trọng lực dạng cứng có mặt cắt ngang phức tạp. Kết quả tính toán áp dụng trên một công trình thực tế cho thấy việc ứng dụng thuật toán tối ưu giảm đáng kể khối lượng vật liệu làm tường chắn từ đó tiết kiệm được chi phí xây dựng công trình.

Từ khóa: Tường chắn đất, tường chắn đất dạng cứng, trí tuệ nhân tạo, tính toán tối ưu kích thước, thuật toán tối ưu hóa bầy đàn.

Abstract

Retaining wall is a common structure in many fields such as civil, irrigation, transport, waterway constructions,... This type of structure plays an important role in keeping ground, foundation and the construction stable against sudden changes of earth elevation in front and behind the retaining wall. However, the process of calculating and determining the dimension of the retaining walls is still mainly based on experience, with high factor of safety, often leading to waste of materials and high construction costs. This article presents the application of particle swarm optimization algorithm (PSO) to automatically optimize the dimension of gravity retaining walls with complex cross-sections. Results applied on a real project show that the application of the

optimal algorithm significantly reduces the amount of material used to make retaining walls, thereby saving construction costs.

Keywords: Retaining wall, gravity retaining wall, Artificial intelligence, Shape optimization, Particle swarm optimization.

1. Đặt vấn đề

Tường chắn đất là một loại kết cấu phổ biến được sử dụng trong nhiều lĩnh vực như xây dựng dân dụng, thủy lợi, giao thông đường bộ, giao thông đường thủy,... có vai trò quan trọng trong việc giữ cho đất nói chung và toàn bộ công trình nói riêng ổn định trước sự thay đổi đột ngột hay chênh cao độ trước và sau tường [1]. Loại kết cấu này thường được phân loại theo độ cứng:

- Tường mềm: Đây là loại tường có biến dạng uốn dưới tác dụng của áp lực đất. Vật liệu sử dụng cho loại tường này thường là gỗ, thép, bê tông cốt thép.

- Tường cứng: Đây là loại tường được coi là không có biến dạng dưới tác dụng của áp lực đất nói riêng và tải trọng nói chung. Tường cứng thường được xây dựng ở dạng bê tông, bê tông đá hộc, gạch đá xây [1].

Tường chắn đất thường được xây dựng theo dạng chạy dài trong các công trình như công trình bảo vệ bờ, kè sông, bảo vệ taluy, giữ ổn định hố đào,... Chiều dài tuyến có thể từ vài met đến vài kilomet. Hiện nay trong quá trình thiết kế, các kích thước cơ bản của tường góc được ấn định trước dựa vào kinh nghiệm của người thiết kế hoặc các công trình tương tự sau đó kiểm tra các điều kiện chịu lực và ổn định của tường. Tuy nhiên việc lựa chọn kích thước thường thiên về an toàn, có thể dẫn tới việc lãng phí vật liệu, tăng chi phí xây dựng. Từ đó cho thấy việc tối ưu hóa kích thước trong quá trình thiết kế là cần thiết.

Gần đây, cùng với sự phát triển của khoa học máy tính, thuật toán trí tuệ bầy đàn nói chung, thuật toán tối ưu hóa bầy đàn (PSO) nói riêng đang được sử dụng khá phổ biến trong việc tính toán tối ưu trong các lĩnh vực kỹ thuật như xây dựng, cơ khí, y học,... Trên thế giới, đã có một số công trình nghiên

cứu về tối ưu hóa tường chắn, trong đó đa số nghiên cứu về *tường mềm*. Trong các tài liệu [2-7], các tác giả đã trình bày tính toán tối ưu hóa tường chắn đất bê tông cốt thép dạng bản góc kiểu công-xon sử dụng thuật toán PSO. Tác giả B. Ahmadi-Nedushan và H. Varaeae [2] đã sử dụng thuật toán PSO tính toán tối ưu về khối lượng vật liệu và về giá trong trường hợp tường chắn bê tông cốt thép. Đơn giá cho một đơn vị khối lượng bê tông và cốt thép đã được đưa vào hàm mục tiêu như các trọng số để thu được giá trị tối ưu về giá thành công trình. Các tác giả cũng kết luận thuật toán PSO phù hợp cho việc tính toán tối ưu tường chắn đất. Trong các công bố [3, 5], các tác giả có cải tiến thuật toán PSO để có được hiệu quả tính toán cao hơn, các kết cấu được sử dụng trong tính toán là điển hình và chỉ mang tính chất minh họa. Một số tác giả khác sử dụng PSO để so sánh với các thuật toán khác trong việc tính toán tối ưu tường chắn bê tông cốt thép, nội dung tập trung vào các thuật toán nên kết cấu được tối ưu cũng chỉ mang tính chất minh họa [4, 6, 7]. Trong nước, chưa có công trình nghiên cứu tính toán tối ưu tường chắn bằng thuật toán PSO. Trong tài liệu [8], tác giả Vũ Trường Vũ, Trịnh Bá Thắng đã tính toán tối ưu tường chắn đất dạng trọng lực và dạng công-xon sử dụng thuật toán Differential Evolution. Các tác giả đã đưa ra hàm mục tiêu là tổng chi phí vật liệu bê tông và cốt thép chịu lực cho 24 tường hợp của mỗi loại và đưa ra nhận xét về hình dạng tối ưu của tường chắn. Tuy nhiên, trong trường hợp tường chắn trọng lực, các nghiên cứu mới chỉ tập trung vào loại tường chắn với hình dạng tiết diện đơn giản mà chưa đề cập tới dạng mặt cắt phức tạp như mặt cắt dạng bậc thang hay các mặt cắt có sự giảm yếu tiết diện.

2. Phương pháp nghiên cứu

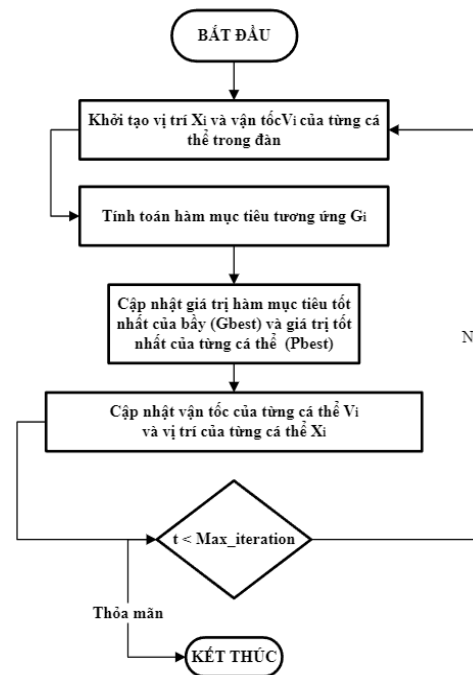
Trong nghiên cứu này, nhóm tác giả sẽ giới thiệu tóm tắt về lý thuyết tính toán tường chắn đất và thuật toán tính toán tối ưu. Sau đó, việc tính toán tối ưu sẽ được thực hiện bằng thuật toán tối ưu hóa bầy đàn (PSO) trên code Python áp dụng cho một công trình thực tế. Phạm vi nghiên cứu giới hạn cho trường hợp tường chắn đất dạng cứng, có tiết diện dạng bậc thang. Kết quả thu được là hình dạng kết cấu công trình tối ưu vừa đảm bảo chịu lực, ổn định, vừa có khối lượng vật liệu xây dựng nhỏ nhất.

3. Giới thiệu về thuật toán tối ưu hóa bầy đàn (PSO)

Thuật toán tối ưu hóa bầy đàn (PSO) là một phân nhánh của Swarm Intelligence - một phương pháp trong lĩnh vực trí tuệ nhân tạo được lấy cảm hứng từ hành vi của các tổ chức xã hội tự nhiên, đặc biệt là các

bầy động vật. PSO được giới thiệu vào năm 1995 bởi các tác giả James Kennedy và Russell C. Eberhart [9], lấy cảm hứng từ cách mà đàn chim tìm kiếm thức ăn. Thuật toán đã được áp dụng rộng rãi trong các bài toán tối ưu hóa và điều khiển, cho thấy hiệu quả cao trong nhiều bài toán khác nhau do có ưu điểm là dễ triển khai, hội tụ nhanh, ít yêu cầu về thông số đầu vào,...

PSO giải quyết vấn đề tối ưu hóa bằng cách mô phỏng sự tìm kiếm trong không gian nhiều chiều. Thuật toán này bao gồm một quần thể (swarm) mà mỗi cá thể (particle) đại diện cho một giải pháp trong không gian tìm kiếm. Các cá thể di chuyển trong không gian tìm kiếm và cập nhật vị trí của chúng dựa trên định hướng là vị trí tốt nhất mà mỗi cá thể đã tìm thấy (Pbest) và vị trí tốt nhất mà quần thể đã tìm thấy (Gbest). Vị trí tốt nhất ở đây là vị trí thỏa mãn tốt nhất điều kiện được đưa ra để tối ưu. Các bước chính của PSO được thể hiện ở Hình 1.



Hình 1. Sơ đồ thuật toán PSO

(i) Khởi tạo quần thể: Xác lập hàm mục tiêu và các điều kiện ràng buộc. Tạo ra một quần thể bao gồm một số lượng các cá thể nhất định với vị trí và tốc độ ngẫu nhiên.

$$X_i(t+1) = X_i(t) + V_i(t+1) \quad (1)$$

$$V_i(t+1) = wV_i(t) + c_1r_1(Pbest_i(t) - X_i(t)) + c_2r_2(Gbest_i(t) - X_i(t)) \quad (2)$$

Trong đó, X_i , V_i là vị trí và vận tốc của các thể thứ i ; c_i và r_i là gia số và trị số ngẫu nhiên có giá trị từ 0 đến 1.

(ii) Đánh giá: Đánh giá giá trị mục tiêu cho từng cá thể trong quần thể.

(iii) Cập nhật vận tốc và vị trí: Định hướng dựa trên kinh nghiệm cá nhân và toàn bộ quần thể, cập nhật vận tốc và vị trí của mỗi cá thể. Điều này thúc đẩy sự hội tụ của quần thể đến các vị trí tối ưu.

(iv) Kiểm tra điều kiện dừng: Kiểm tra xem điều kiện dừng đã đạt được chưa (ví dụ: Số lần lặp hoặc giá trị mục tiêu đủ tốt).

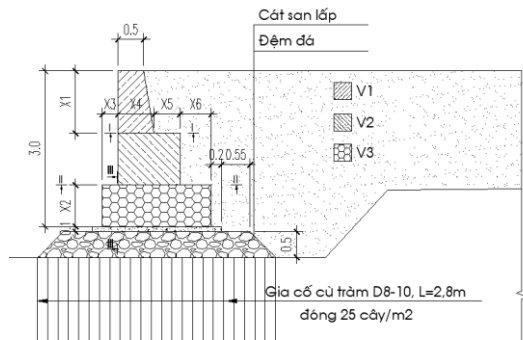
(v) Lặp lại: Nếu điều kiện dừng chưa đạt được, quay lại bước 2.

PSO đơn giản, dễ triển khai và thường hiệu quả trong tìm kiếm không gian tối ưu.

4. Tính toán tối ưu hóa tường chắn đất dạng cứng bằng thuật toán PSO

4.1. Sơ đồ tính và hàm mục tiêu

Trong tính toán thiết kế tường chắn đất dạng cứng, thông thường các kích thước cơ bản được ấn định sau đó tiến hành tính toán kiểm tra các điều kiện, bao gồm: Kiểm tra ổn định lật, kiểm tra ổn định trượt phẳng, kiểm tra ổn định trượt cung tròn và kiểm tra cường độ vật liệu ở mặt cắt nguy hiểm. Trong nội dung bài báo này, các điều kiện ổn định lật, ổn định trượt phẳng và cường độ vật liệu ở mặt cắt nguy hiểm sẽ được sử dụng làm điều kiện ràng buộc trong tính toán tối ưu [8, 10].



Hình 2. Mặt cắt ngang điển hình của kè

Hình 2 mô tả mặt cắt ngang điển hình của tường chắn đất dạng cứng, ứng dụng trong công trình Kè bảo vệ cầu cảng Vinaoffshore tại tỉnh Bà Rịa - Vũng Tàu. Diện tích phần đá xây là $3,6m^3$, với chiều cao của ba phần V_1, V_2, V_3 lần lượt là $1,2m, 1,0m, 0,8m$. Phía sau tường là cát san lấp với dung trọng tự nhiên $1,8T/m^3$, góc nội ma sát 30° . Nền của kè được gia cố bằng cừ tràm, tải trọng khai thác sau kè là $2T/m^2$. Chiều cao tường kè cố định là $H_t=3m$, chiều dày lớp đệm đá là $h_n=0,5m$, chiều rộng đỉnh tường X_t được xét ngoài trường hợp là $0,5m$ theo thiết kế sẽ được xét thêm

trường hợp là $0,3m$. Các kích thước cơ bản còn lại của tường kè được tham số hóa để phục vụ cho việc tính toán tối ưu.

Mục tiêu của việc tính toán tối ưu là tối ưu khối lượng vật liệu đá xây hàm mục tiêu được đưa ra như sau:

$$f(X) = V_1 + V_2 + V_3 \quad (3)$$

Trong đó V_1, V_2, V_3 là thể tích khối đá xây như trong Hình 2:

$$V_1 = 0,5(X_t + X_4)X_1 \quad (4)$$

$$V_2 = (H_t - X_1 - X_2)(X_4 + X_5) \quad (5)$$

$$V_3 = X_2(X_3 + X_4 + X_5 + X_6) \quad (6)$$

4.2. Tải trọng tác dụng lên công trình và các điều kiện ràng buộc

Giá trị áp lực đất được xác định theo phương pháp Coulomb có kể đến góc nghiêng của lưng tường, mặt đất cũng như ma sát giữa lưng tường và đất. Trong trường hợp đất đắp sau tường là đất rời, chịu tải trọng phân bố đều q , giá trị tung độ áp lực đất chủ động tại độ sâu z được xác định theo các công thức sau [10]:

$$p_a = \lambda_a \gamma z + \frac{\lambda_a q}{1 + \tan \alpha \tan \beta} \quad (7)$$

$$\lambda_a = \frac{\cos^2(\varphi - \alpha)}{\cos^2 \alpha \cos(\delta + \alpha) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta) \sin(\varphi - \beta)}{\cos(\delta + \alpha) \cos(\beta - \alpha)}} \right]^2} \quad (8)$$

Trong đó α là góc nghiêng của lưng tường, β là góc nghiêng của đất đắp sau tường, φ là góc nội ma sát của cát có giá trị là, δ là góc ma sát giữa lưng tường và đất đắp, theo quy phạm lấy bằng $0,5\varphi$.

Các điều kiện ràng buộc được đưa ra căn cứ vào các điều kiện ổn định và kích thước của công trình được thể hiện như sau (dấu bằng có thể xảy ra tùy vào trường hợp cụ thể):

$$\begin{cases} g_i(X) \leq 0, i = 1, 2, \dots, m \\ L_k \leq X_k \leq U_k, k = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (9)$$

Trong đó: $g_i(X)$ là các điều kiện về ổn định trượt, lật, ứng suất nền và độ bền vật liệu, $m=8$, L_k, U_k là các cận trên và dưới của các kích thước cơ bản của tường kè, $n=6$.

Các điều kiện ổn định cụ thể như sau [11]:

- Điều kiện ổn định trượt phẳng của tường kè trên đệm đá:

$$n_c n m_d E_{a1} < \frac{m}{k_n} F_{ms1} \quad (10)$$

- Điều kiện ổn định trượt của cả tường kè và đệm đá trên nền đất:

$$n_c n m_d E_{a2} < \frac{m}{k_n} F_{ms2} \quad (11)$$

- Điều kiện ổn định lật quanh mép ngoài của tường kè:

$$n_c n m_d M_l < \frac{m}{k_n} M_g \quad (12)$$

Trong đó:

n_c là hệ số tổ hợp tải trọng, lấy bằng 1,0 đối với tổ hợp cơ bản;

n là hệ số vượt tải, lấy bằng 1,25.

m_d là hệ số phụ điều kiện làm việc được lấy bằng 0,95 đối với ổn định trượt phẳng và 1,20 đối với ổn định lật;

m là hệ số điều kiện làm việc, lấy bằng 1,15.

k_n là hệ số bảo đảm, lấy bằng 1,20;

E_{a1} , E_{a2} là giá trị áp lực đất chủ động tác dụng lên tường kè và giá trị áp lực đất chủ động tác dụng lên cả tường kè và đệm đá;

F_{ms1} , F_{ms2} là lực ma sát dưới đáy tường kè và đáy đệm đá;

M_l là giá trị mô men gây lật do áp lực đất chủ động gây ra;

M_q là giá trị mô men giữ do trọng lượng bản thân của tường kè và phần đất đè xung quanh tường.

- Điều kiện về ứng suất tại vị trí tiếp xúc giữa tường kè và đệm đá:

$$\sigma_{\frac{max}{min}} = \frac{g}{b} (1 \pm 6e) \leq R_1 \quad (13)$$

Trong đó:

b là chiều rộng đáy tường kè;

e là độ lệch tâm của hợp lực các tải trọng;

$$e = 0,5b - a = 0,5 - \frac{M_g - M_l}{G} \quad (14)$$

G là tổng các lực thẳng đứng tác dụng lên đáy công trình;

R_1 là cường độ tính toán của lớp đệm đá $R_1 = 60T/m^2$.

- Điều kiện về ứng suất tại mặt tiếp xúc giữa đệm đá và nền đất:

$$\sigma'_{\frac{max}{min}} = \sigma_{\frac{max}{min}} \frac{b'}{b' + 2h_n} + h_n \gamma_k^{tc} \leq R_2 \quad (15)$$

Trong đó:

$\sigma_{\frac{max}{min}}$ là ứng suất pháp ở biên, lớn nhất và nhỏ nhất tại mặt tiếp xúc giữa công trình và đệm đá; giữa đệm đá và đất nền;

h_n là chiều dày lớp đệm đá;

γ_k^{tc} là dung trọng tính toán của lớp đệm đá;

b' là chiều rộng truyền áp lực từ công trình xuống lớp đệm;

R_2 là cường độ tính toán của lớp đất được gia cố cốt cứng tràm $R_2 = 7T/m^2$.

- Kiểm tra vật liệu chịu uốn và chịu cắt tại tiết diện I-I, II-II và III-III theo các công thức sau [12]:

$$M < R_{ku} W \quad (16)$$

$$Q < R_{kc} bZ \quad (17)$$

$$Q < R_c A \quad (18)$$

M , Q là mô men và lực cắt tính toán tại tiết diện đang xét. R_{ku} , R_{kc} , R_k là cường độ tính toán của vật liệu về chịu uốn, uốn do cắt và chịu cắt.

Các điều kiện ràng buộc về kích thước hình học của tường kè như sau:

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq X_1 \leq H_t \\ 0,3 \leq X_2 \leq H_t \\ 0 \leq X_1 + X_2 \leq H_t \\ 0 \leq X_3 \\ 0,5 \leq X_4 \\ 0 \leq X_5 \\ 0 \leq X_6 \\ 0 \leq X_7 \end{array} \right. \quad (19)$$

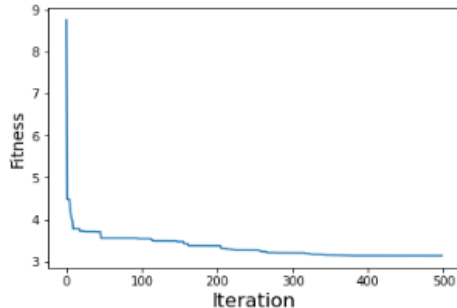
4.3. Kết quả tính toán và thảo luận

Để thu được kết quả tính toán tin cậy với thời gian tính toán nhanh nhất, nhóm tác giả đã tiến hành kiểm tra độ nhạy của kết quả mô hình đối với các thông số cơ bản của nó trong trường hợp bề dáy tường đỉnh là 0,3m. Các thông số: Số lượng các thể n và số lần chạy tối đa ($maxrun$) được thay đổi để kiểm tra độ hội tụ của kết quả. Trong khi đó số vòng lặp tối đa trong một lần chạy được lấy bằng 500. Việc kiểm tra được thực hiện qua hai bước: (i) bước 1: Số lần chạy tối đa không đổi để xác định được số lượng cá thể hợp lý nhất, (ii) bước 2: Với n tìm được ở bước 1 thay đổi số lần chạy tối đa để tìm được thông số hợp lý nhất.

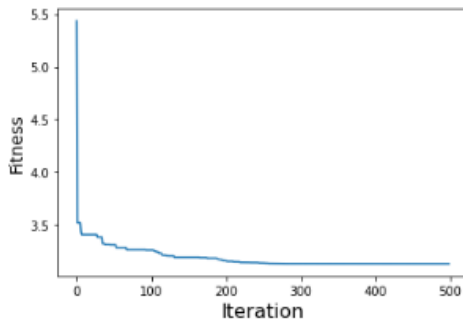
Bảng 1. Tính toán kiểm tra độ nhạy của kết quả

STT	n	maxrun	f(x)	t(s)
Bước 1: maxrun = 250				
1	200	250	3,14	260
2	100	250	3,14	142
3	50	250	3,14	112
4	40	250	3,14	101
5	30	250	3,15	80
6	20	250	3,15	72
Bước 2: n = 40				
7	40	100	3,14	36
8	40	50	3,14	18
9	40	40	3,15	14
10	40	30	3,15	10
11	40	20	3,15	7

Kết quả cho thấy bộ thông số bao gồm số lượng cá thể $n=40$, số lần chạy tối đa $maxrun=50$ cho kết quả tính toán tin cậy với thời gian tính toán (t) hợp lý nhất (xem Bảng 1).



(a) Trường hợp $X_i=0,3m$



(b) Trường hợp $X_i=0,5m$

Hình 3. Đường cong hội tụ kết quả

Hình 3 thể hiện đường cong hội tụ lời giải tối ưu, sau khoảng 300 vòng lặp kết quả đã tiệm cận và tiến tới hội tụ tại vòng lặp số 400. Thời gian tính toán là khoảng 18s. Kết quả tính toán tối ưu được thể hiện trong Bảng 2.

Bảng 2. Kết quả tính toán tối ưu hóa tường kè

STT	Biến	Giá trị tối ưu	
		TH1 $X_i=0,3m$	TH2 $X_i=0,5m$
1	$X_1(m)$	1,04	1,14
2	$X_2(m)$	1,00	0,98
3	$X_3(m)$	0,48	0,48
4	$X_4(m)$	0,47	0,50
5	$X_5(m)$	0,52	0,47
6	$X_6(m)$	0,33	0,30
7	$V(m^3)$	3,14	3,13

Kết quả tính toán cho thấy rằng trong cả hai trường hợp kích thước đỉnh tường là 0,3m và 0,5m, giá trị thể tích vật liệu tối ưu đều xấp xỉ bằng nhau ($3,14m^3$ và $3,13m^3$). Trong trường hợp đỉnh tường rộng 0,3m tại vị trí tiết diện I-I, chiều dày tường cần tăng lên thành

0,5m. Trong khi đó, ở trường hợp còn lại bề dày tường tại tiết diện này không cần thay đổi.

Trong trường hợp giữ nguyên kích thước bề rộng đỉnh tường là 0,5m như trong thiết kế, giá trị thể tích đá xây tối ưu hóa trong trường hợp là 3,13m, giảm 13% so với thiết kế ($3,6m^3$). Sự giảm khối lượng vật liệu ở đây là do sự thay đổi lại chiều cao của ba phần V_1, V_2, V_3 lần lượt là 1,2m, 1,0m, 0,8m trở thành 1,14m, 0,88m, 0,98m. Như vậy, việc áp dụng thuật toán tối ưu đã giảm được rõ nét khối lượng vật liệu, từ đó dẫn tới tiết kiệm được chi phí xây dựng công trình.

5. Kết luận và kiến nghị

Bài báo đã trình bày tổng quan về thuật toán tối ưu hóa bầy đàn (PSO) và lý thuyết tính toán tường chắn đất dạng cứng. Nhóm tác giả cũng đã áp dụng thuật toán PSO cho một công trình tường kè dạng cứng có mặt cắt ngang phức tạp cụ thể với hàm mục tiêu là khối lượng vật liệu xây dựng kè, các điều kiện ràng buộc bao gồm điều kiện ổn định trượt phẳng, ổn định lật, các điều kiện về độ bền của vật liệu làm kè tại các mặt cắt nguy hiểm, ứng suất nền tại vị trí tiếp xúc của công trình và đệm đá, ứng suất nền tại đáy đệm đá. Với thời gian tính toán là 18s, kết quả tính toán tối ưu có khối lượng vật liệu giảm 13% so với thiết kế theo kinh nghiệm ban đầu cho thấy hiệu quả của việc ứng dụng thuật toán tối ưu hóa bầy đàn trong tính toán thiết kế tường chắn đất dạng cứng. Trong phạm vi bài báo chỉ áp dụng cho một trường hợp chiều cao tường là 3m như thiết kế, và hai giá trị chiều rộng đỉnh tường; việc tính toán tổng quát cho nhiều chiều cao và chiều rộng đỉnh tường khác nhau sẽ được trình bày trong các nghiên cứu tiếp theo.

Lời cảm ơn

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Trường Đại học Hàng hải Việt Nam trong đề tài mã số: DT23-24.75.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Phan Trường Phiệt (2001), *Áp lực đất và tường chắn đất*. Nhà xuất bản Xây dựng, Hà Nội.
 [2] B. Ahmadi-Nedushan and H. Varace (2009), *Optimal design of reinforced concrete retaining walls using a swarm intelligence technique*.
 [3] Mohammad Khajehzadeh, Mohd Taha, Ahmed El-Shafie, and Mahdiyeh Eslami (2010), *Economic design of retaining wall using particle swarm optimization with passive congregation*, Australian Journal of Basic and Applied Sciences, Vol.4.

- [4] Yaoyao Pei and Yuanyou Xia (2012), *Design of reinforced cantilever retaining walls using heuristic optimization algorithms*, Procedia Earth and Planetary Science, Vol.5, pp.32-36.
- [5] Shubham Srivastava, Saurabh Pandey, and Rajesh Kumar (2022), *Optimization of reinforced concrete cantilever retaining wall using particle swarm optimization*, Vol.1225: IOP Publishing, 1 ed., p.012042.
- [6] Rasim Temur (2021), *Optimum design of cantilever retaining walls under seismic loads using a hybrid TLBO algorithm*, Geomech. Eng, Vol.24, pp.237-251.
- [7] Amir H. Gandomi, Ali R. Kashani, David A. Roke, and Mehdi Mousavi (2015), *Optimization of retaining wall design using recent swarm intelligence techniques*, Engineering Structures, Vol.103, pp.72-84.
doi: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.08.034>.
- [8] Vũ Trường Vũ, Trịnh Bá Thắng (2020), *Tối ưu hóa hình dạng tường chắn*, Journal of Transportation Science and Technology, Vol.36.
- [9] J. Kennedy and R. Eberhart (1995), *Particle swarm optimization*, Proceedings of ICNN'95 - International Conference on Neural Networks, Vol.4, pp.1942-1948.
doi: 10.1109/ICNN.1995.488968.
- [10] Ali Kaveh, Hossein Akbari, and Seyed Milad Hosseini (2022), *Plasma Generation Optimization for Optimal Design of Reinforced Concrete Cantilever Retaining Wall Structures*, Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering, Vol.46, No.2, pp.1177-1200.
doi: 10.1007/s40996-020-00566-8.
- [11] TCN 209 - 92 (1992), *Tiêu chuẩn thiết kế bến cảng biển*, Tiêu chuẩn ngành.
- [12] TCVN 5573: 2011, *Kết cấu gạch đá và gạch đá cốt thép - Tiêu chuẩn thiết kế*, Tiêu chuẩn quốc gia.

Ngày nhận bài:	19/03/2024
Ngày nhận bản sửa:	01/04/2024
Ngày duyệt đăng:	05/04/2024