

ĐIỀU KHIỂN DỰ BÁO BỀN VỮNG CHO HỆ PHI TUYẾN LURE THAM SỐ KHÔNG CHẮC CHẮN ROBUST MODEL PREDICTIVE CONTROL FOR UNCERTAIN LURE SYSTEMS

NGUYỄN TIẾN BAN

Khoa Điện cơ, Trường Đại học Hải Phòng

Email liên hệ: bannguyentien@gmail.com

Tóm tắt

Bài báo trình bày một phương pháp điều khiển dự báo bền vững cho hệ phi tuyến Lur'e, một mô hình hệ phi tuyến phổ biến trong thực tế, với các tham số không được xác định chắc chắn. Các tham số được giả thiết thuộc một tập lồi đã biết. Bài toán được đưa về dưới dạng bất đẳng thức ma trận tuyến tính có thể giải được bằng các công cụ tính toán hiện hành. Tín hiệu điều khiển tìm được dưới dạng tín hiệu phản hồi tuyến tính và được chứng minh là đảm bảo hệ sẽ ổn định tiệm cận tại gốc tọa độ. Phương pháp được minh họa bằng ví dụ kèm kết quả mô phỏng.

Từ khóa: MPC-Điều khiển dự báo, điều khiển phi tuyến, LMI, điều khiển tối ưu, điều khiển bền vững, hệ Lure.

Abstract

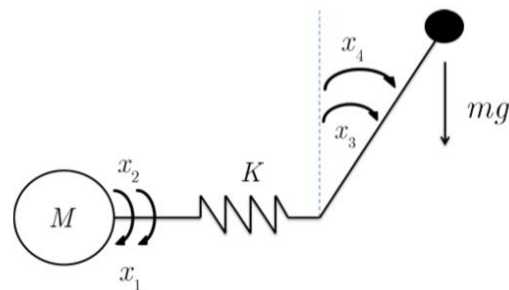
This paper proposes a method to design a robust model predictive controller for an Lur'e system with uncertain parameters, which is popular in practice. The uncertain parameters are assumed to belong to convex sets. The problem is formulated as a Linear Matrix Inequalities, which can be solved by available solvers. The result is a linear feedback control signal that can be proved to asymptotically stabilize the closed loop system. The method is illustrated with an example with simulation results.

Keywords: MPC, nonlinear Control, LMI, optimal control, robust control, lure systems.

- MPC Model Predictive Control - Bộ điều khiển dự báo;
LMI Linear Matrix Inequalities - Bất đẳng thức ma trận tuyến tính;
NMPC Nonlinear Model Predictive Control - Bộ điều khiển dự báo phi tuyến.

1. Phần mở đầu

Điều khiển dự báo MPC đã được nghiên cứu trong một thời gian dài [1], [3], [4], [5], và trong lĩnh vực điều khiển tuyến tính, MPC đã tỏ rõ sự nổi trội trong cả lý thuyết và thực tế. Trong điều khiển dự báo MPC, ở mỗi bước tính, bộ điều khiển giải một bài toán tối ưu cho lời giải ($u(0), u(1), \dots, u(h)$) và đưa tín hiệu $u(0)$ đến đối tượng. Sau đó, trạng thái $x(k)$ của hệ được cập nhật và quá trình này được lặp lại. Điều khiển dự báo MPC cho hệ phi tuyến từ lâu đã thu hút sự quan tâm trong lĩnh vực lý thuyết điều khiển [1]. Ưu điểm của MPC so với các phương pháp điều khiển phi tuyến khác là tích hợp được các điều kiện ràng buộc của bài toán (ví dụ giới hạn về tín hiệu điều khiển và trạng thái) trực tiếp vào bài toán điều khiển, trong khi lời giải trực tiếp từ các phương pháp điều khiển phi tuyến khác cần phải kiểm tra điều kiện ràng buộc một cách gián tiếp. Điều đó khiến cho việc thiết kế bộ điều khiển thuận lợi hơn. Tuy nhiên, nhược điểm của điều khiển dự báo phi tuyến là trong mỗi bước thời gian k , bộ điều khiển cần giải một bài toán tối ưu phi tuyến, một việc yêu cầu phải tính toán rất lớn. Bên cạnh đó, bài toán tối ưu phi tuyến nói chung thường khó để tìm được lời giải tối ưu toàn cục. Vì vậy, nếu có đưa bài toán tối ưu về một dạng có lời giải toàn cục trong thời gian tính toán ngắn hơn là một hướng nghiên cứu.



Hình 1. Mô hình tay robot

Mặt khác, trong thực tế, các tham số trong đối tượng điều khiển thường không biết chắc chắn. Chúng ta chỉ ước lượng được giá trị nằm trong một khoảng nào đó chứ không nắm được giá trị chính xác. Việc

không chắc chắn này cũng làm tăng thêm độ khó cho bài toán điều khiển phi tuyến nói chung. Một cách tiếp cận với hệ phi tuyến có tham số không chắc chắn là sử dụng phương pháp điều khiển bền vững [1], [2].

2. Vấn đề cần giải quyết

Hệ phi tuyến Lure phổ biến trong các hệ thống điều khiển, ví dụ như hệ thống tay máy robot linh hoạt [2], [6] và Hình 1, được mô tả bởi phương trình:

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t)+Gg(z(t)), z(t)=Hx(t) \quad (1)$$

Trong đó:

x, u lần lượt là vector biến trạng thái và tín hiệu điều khiển;

A, B là ma trận trạng thái và ma trận tín hiệu vào, có chiều $n \times n$ và $n \times m$. A, B có thể không biết rõ giá trị chắc chắn, chỉ biết rằng giá trị của hai ma trận A, B thuộc một tập lồi có các đỉnh là:

$$(A, B)=\text{conv} \left((A_1, B_1), (A_2, B_2), \dots, (A_\theta, B_\theta) \right) \quad (1a)$$

G và H là ma trận hằng đã biết và $g(z)$ là khâu phi tuyến bị giới hạn trong miền cho trước (sector-bounded, xem Hình 2), cụ thể, hàm số này thỏa mãn điều kiện:

$$(wz - g(z))^T g(z) \geq 0, \quad (2)$$

Trong đó $w=\text{diag}(w_1, w_2, \dots, w_p)$ là ma trận hằng số.

Bài toán đặt ra là tìm tín hiệu điều khiển u để tối ưu năng lượng tiêu thụ của hệ, hay nói cách khác là phiếm hàm mục tiêu J đại diện cho năng lượng của hệ đạt giá trị nhỏ nhất, với:

$$J = \int_t^\infty (x(t)^T Qx(t) + u(t)^T Ru(t)) dt, \quad (3)$$

Trong đó ma trận Q và R là ma trận trọng số đối xứng xác định dương, được chọn trước.

Tín hiệu điều khiển và trạng thái của hệ phải nằm trong các giới hạn kỹ thuật cho phép: $x_{\min} < x < x_{\max}, u_{\min} < u < u_{\max}$. Các giới hạn này có thể viết dưới dạng toán học như sau (xem, Ví dụ, [6]): (x, u) nằm trong đa diện:

$$C = \{ [x^T u^T]^T \in R^{n+m}: c_i^T x + d_i^T u \leq 1, i=1, 2, \dots, l \} \quad (4)$$

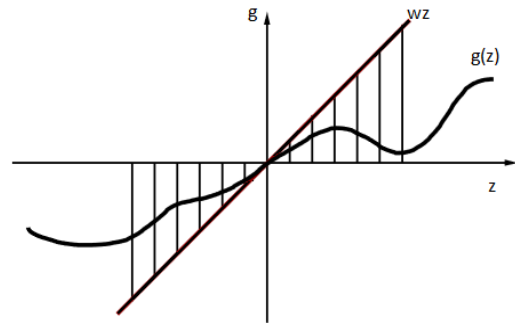
3. Kết quả chính và chứng minh

Mục này sẽ trình bày cách xây dựng phương pháp điều khiển bền vững cho hệ Lur'e không tham số chắc chắn, chứng minh tính ổn định của phương pháp và tính khả thi của việc giải bài toán tối ưu cho mỗi bước thời gian.

Trước hết, cần nhắc lại một bổ đề đã được chứng minh trong [2] mà sẽ được sử dụng trong phần sau.

Chú ý rằng trong phần này, chúng ta cần tìm tín hiệu điều khiển tuyến tính có dạng $u = Kx$, vì vậy giới hạn được viết dưới dạng như sau:

$$C = \{ [x^T u^T]^T \in R^{n+m}: (c_i^T + d_i^T K)x \leq 1, i=1, 2, \dots, l \} \quad (5)$$



Hình 2. Khâu phi tuyến sector bound trong hệ Lur'e
Bổ đề 1 ([2]):

Ellipsoid $E = \{x \in R^n: x^T P x \leq \alpha\}$ nằm trong đa diện:

$$C = \{ [x^T u^T]^T \in R^{n+m}: (c_i^T + d_i^T K)x \leq 1, i=1, 2, \dots, l \}$$

khi và chỉ khi:

$$(c_i^T + d_i^T K)(\alpha P^{-1})(c_i^T + d_i^T K)^T \leq 1, i=1, 2, \dots, l \quad (6)$$

Chứng minh: Xem trong tài liệu [2].

Bổ đề 1 chỉ ra rằng nếu điều kiện (6) được thỏa mãn thì tất cả các điểm thuộc ellipsoid $x^T P x \leq \alpha$ sẽ nằm trọn trong đa diện C , tức là các điểm đó đều thỏa mãn về giới hạn điều khiển và trạng thái của hệ thống.

Mặt khác, điều kiện về sector-bound (2) có thể được viết dưới dạng ma trận như sau:

$$\begin{bmatrix} x \\ g \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & -0.5H^T w^T \\ 0.5wH & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ g \end{bmatrix} \leq 0, \quad (7)$$

Tiếp theo sẽ trình bày định lý nhằm đảm bảo tính ổn định của hệ thống điều khiển.

Định lý 1:

Xét đối tượng điều khiển (1) thỏa mãn các điều kiện (1a) và (2). Nếu tồn tại ma trận X đối xứng xác định dương kích thước $n \times n$ và ma trận Y kích thước $m \times n$ và α dương sao cho ma trận

$$\begin{bmatrix} -A_j X - X A_j^T - B_j Y - Y^T B_j^T & -G\alpha - 0.5X H^T w^T \\ -G^T \alpha - 0.5X w H X & \alpha I \end{bmatrix} > \quad (8a)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & c_i^T X + d_i^T Y \\ (c_i^T X + d_i^T Y)^T & X \end{bmatrix} > 0, \text{ với } i=1, 2, \dots, l \quad (8b)$$

thì hệ kín tương ứng với tín hiệu điều khiển $u(t) = Kx(t)$ trong đó $K = YX^{-1}$ sẽ ổn định tiệm cận và thỏa mãn các điều kiện ràng buộc (4) của trạng thái và tín hiệu điều khiển. Ngoài ra, với $P = \alpha X^{-1}$, ít nhất ellipsoid $E = \{x \in R^n: x^T P x \leq \alpha\}$ là miền hấp dẫn của hệ kín với điểm cân bằng 0. Nói cách khác, nếu trạng thái hệ xuất phát trong ellipsoid E thì hệ sẽ ổn định với điểm cân bằng 0.

Chứng minh: Áp dụng công thức phân bù Shur [2], (8b) tương đương với

$$1 - (c_i^T X + d_i^T Y) X^{-1} (c_i^T X + d_i^T Y)^T > 0, i = 1, 2, \dots, l \quad (9)$$

Sử dụng $K = YX^{-1}$ và $P = \alpha X^{-1}$, (9) tương đương với:

$$1 - (c_i^T X + d_i^T Y) (\alpha P)^{-1} (c_i^T X + d_i^T Y)^T > 0, i = 1, 2, \dots, l \quad (10)$$

Áp dụng Bổ đề 1, ta thấy (10) thỏa mãn điều kiện (6), nghĩa là ellipsoid E luôn nằm trong miền C , tức là các điều kiện ràng buộc về trạng thái và tín hiệu điều khiển đều thỏa mãn.

Tiếp theo ta phải chỉ ra ellipsoid E là tập bất biến (invariant set), qua đó khẳng định hệ ổn định tiệm cận với tín hiệu điều khiển $u(t) = Kx(t)$. Thật vậy, xét hàm Lyapunov có dạng $V(x) = x^T P x$. Hệ kín tương ứng với đối tượng (1) sẽ ổn định nếu:

$$\dot{V} = x^T (A_j^T P + P A_j + K^T B_j^T P + P B_j K) x + g^T G^T P x + x^T P G g < 0 \quad \text{với } j=1, \dots, \theta \quad (11)$$

Viết (11) dưới dạng ma trận, ta có:

$$\begin{bmatrix} x \\ g \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A_j^T P + P A_j + K^T B_j^T P + P B_j K & P G \\ G^T P & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ g \end{bmatrix} < 0 \quad \text{với } j=1, \dots, \theta \quad (12)$$

Áp dụng kỹ thuật biến đổi S-procedure (xem trong [2]), (12) sẽ thỏa mãn khi tồn tại $\tau > 0$ sao cho điều kiện sau đây được thỏa mãn:

$$\begin{bmatrix} A_j^T P + P A_j + K^T B_j^T P + P B_j K & P G + \tau 2 H^T w \\ G^T P + \tau 2 w H & -\tau I \end{bmatrix} < 0 \quad \text{với } j=1, \dots, \theta \quad (13)$$

Tiếp tục biến đổi (13) bằng cách nhân vế trái với ma trận đường chéo $diag(P^{-1}, I)$ (vì ma trận $diag(P^{-1}, I)$ xác định dương nên dấu của (13) không đổi). Sau đó thế P^{-1}, K bằng X, Y và α , ta dễ dàng thu được công thức (8a). Đây cũng là điều cần chứng minh.

Dựa trên kết quả Định lý 1, định lý sau đây là kết quả chính của bài báo, trong đó tín hiệu điều khiển đảm bảo giữ hệ ổn định và cực tiểu hóa hàm mục tiêu (3).

Định lý 2:

Xét đối tượng điều khiển (1) thỏa mãn các điều kiện (1a) và (2). Bộ điều khiển dự báo sẽ giải bài toán tối ưu sau đây trong mỗi bước tính toán t_k ,

$$\text{minimize}_{\alpha_k, X_k, Y_k} \alpha_k \quad (14)$$

sao cho:

$$\begin{bmatrix} 1 & x^T(t_k) \\ x(t_k) & X \end{bmatrix} > 0, \quad (14a)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & c_i^T X_k + d_i^T Y_k \\ (c_i^T X_k + d_i^T Y_k)^T & X_k \end{bmatrix} > 0, \quad \text{với } i=1, 2, \dots, l \quad (14b)$$

$$\begin{bmatrix} -A_j X_k - X_k A_j^T - B_j Y_k - Y_k^T B_j^T & -G \alpha_k - 0.5 X_k H^T w^T & X_k Q^{0.5} & Y_k^T R^{0.5} \\ -G^T \alpha_k - 0.5 w H X_k & \alpha_k \tau I & 0 & 0 \\ Q^{0.5} X_k & 0 & \alpha_k I & 0 \\ R^{0.5} Y_k & 0 & 0 & \alpha_k I \end{bmatrix} > 0 \quad \text{với } j=1, \dots, \theta \quad (14c)$$

sau khi đo đạc $x(t_k)$,

sau đó tính $P_k = \alpha X_k^{-1}, K_k = Y_k X_k^{-1}$.

Theo đó:

(i) Bài toán tối ưu (14) là tối ưu lồi khi cố định $\tau > 0$. Khi bài toán giải được ở $t = 0$ thì sẽ giải được ở t_k (tính khả thi của bài toán tối ưu),

(ii) Giá trị α_k luôn là chặn trên của phiếm hàm mục tiêu (3) tại mỗi thời điểm t_k ,

(iii) Nếu bài toán tối ưu là khả thi khi $t = 0$, tín hiệu điều khiển $u(t) = K_k x(t), t \in [t_k, t_{k+1}]$ sẽ đảm bảo hệ ổn định tiệm cận.

Chứng minh:

(i) Sử dụng điều kiện (14c) và các kỹ thuật biến đổi tương tự như phần chứng minh cho Định lý 1, ta thấy điều kiện (14c) thỏa mãn khi:

$$\begin{bmatrix} x^T (A_j^T P + P A_j + K^T B_j^T P + P B_j K + Q + K^T R K) x + g^T G^T P x + x^T P G g < 0 \quad \text{với } j=1, \dots, \theta \quad (15) \end{bmatrix}$$

Xét hàm Lyapunov có dạng $V_k(x) = x^T P_k x$. Đạo hàm bậc nhất của hàm này có dạng

$$\dot{V} = x^T (A_j^T P + P A_j + K^T B_j^T P + P B_j K) x + g^T G^T P x + x^T P G g \quad \text{với } j=1, \dots, \theta \quad (16)$$

Do ma trận Q và R là ma trận xác định dương nên khi điều kiện (15) thỏa mãn thì \dot{V} luôn xác định âm khi $t > t_k$. (15) và (16) cũng đảm bảo rằng:

$$x(t_{k+1})^T P_k x(t_{k+1}) < x(t_k)^T P_k x(t_k) \quad (17)$$

Kết hợp với điều kiện (14a), (17) chỉ ra rằng:

$$x(t_{k+1})^T P_k x(t_{k+1}) < x(t_k)^T P_k x(t_k) < \alpha \quad (18)$$

(18) cho thấy nghiệm của bài toán giải tại t_k cũng sẽ là nghiệm của bài toán giải tại t_{k+1} , tức là nếu bài toán giải được tại t_k thì cũng sẽ tồn tại lời giải tại t_k . Với k bắt đầu từ 0, ta có kết luận (i).

(ii) (15) có thể được viết dưới dạng:

$$x^T(Q + K^T R K)x < -x^T(A_j^T P + P A_j K^T B_j^T P +$$

$$P B_j K)x - g^T G^T P x - x^T P G g \text{ với } j=1, \dots, \theta \quad (19)$$

Chú ý rằng $u(t) = K_k x(t)$ và vế phải của (19) là \dot{V} , do đó (19) chính là:

$$x^T Q x + u^T R u < -\dot{V} \quad (20)$$

Tích phân hai vế của (20) từ t_k đến ∞ , ta có $J(t_k) < x(t_k)^T P_k x(t_k)$, so sánh với (18) sẽ có:

$$J(t_k) < \alpha_k \quad (21)$$

Như vậy, hàm mục tiêu luôn bị chặn bởi giá trị α_k tại mỗi t_k . Ý nghĩa của kết luận này là khi giải bài toán (14) để cực tiểu hóa giá trị của α_k , chúng ta cũng cực tiểu hóa phiếm hàm mục tiêu.

(iii) Với hàm Lyapunov đã chọn, chúng ta đã chỉ ra rằng trong miền (t_k, t_{k+1}) đạo hàm của nó xác định âm, tức là hàm Lyapunov luôn giảm. Chúng ta cần chỉ ra rằng tại các điểm không liên tục như t_{k+1} thì hàm Lyapunov cũng giảm chứ không tăng. Thật vậy, do kết luận của chứng minh trong (i) nên dẫn tới:

$$x(t_{k+1})^T P_{k+1} x(t_{k+1}) < x(t_k)^T P_k x(t_k) \quad (22)$$

Như vậy, hệ kín ổn định tiệm cận với tín hiệu điều khiển $u_k = K_k x_k$. Định lý 2 đã chỉ ra cách thức hoạt động của bộ điều khiển. Tại thời điểm t_k bộ điều khiển đo giá trị trạng thái x_k , giải bài toán tối ưu (14) để thu được giá trị ma trận K_k và đưa ra tín hiệu điều khiển $u_k = K_k x_k$. Sau đó quá trình này lại lặp lại.

4. Ví dụ và kết quả mô phỏng

Trong phần này một ví dụ sẽ được trình bày để minh họa phương pháp thiết kế bộ điều khiển dự báo bền vững đã trình bày ở trên. Xét đối tượng điều khiển là một tay máy robot (Hình 1) được mô tả bởi phương trình toán như sau:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -(48.6 - \delta)x_1 - 1.25x_2 + 48.6x_3 + 21.6u \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= 19.5x_1 - 16.7x_3 - 3.33g(x_3) \end{aligned} \quad (22)$$

Trong đó δ là tham số không chắc chắn, có thể thay đổi từ 0,1 đến 3. Hàm số $g(z)$ là hàm phi tuyến, có dạng:

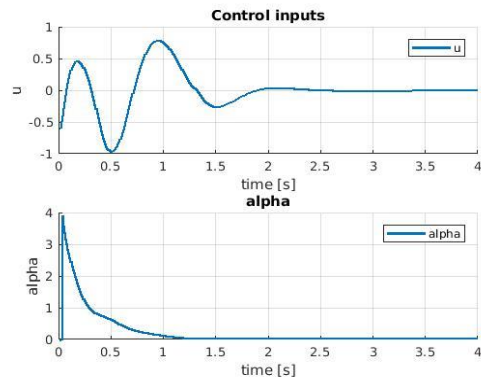
$$g(z) = z + \sin(z) \quad (23)$$

Như vậy hàm $g(x)$ luôn nằm giữa miền $0 \leq g(z) \leq 2z$, thỏa mãn điều kiện (2) với $w=2$.

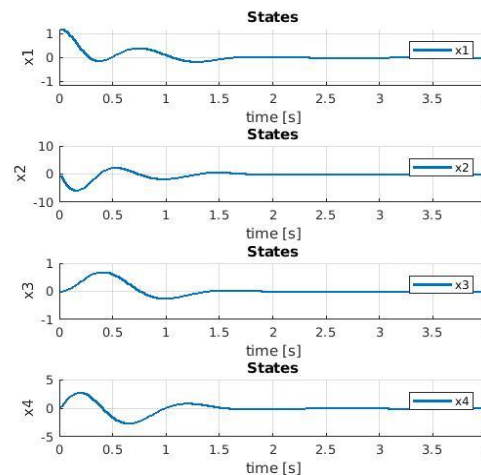
Trạng thái ban đầu của hệ tại $x_0=(1.2,0,0,0)$. Yêu cầu điều khiển về gốc tọa độ với

$$|u| < 1, |x_1| < \pi/2, |x_3| < \pi/2 \quad (24)$$

Ma trận Q và R được chọn là $Q=\text{diag}(1,0.1,1,0.1)$, $R=0,1$.



Hình 3. Kết quả mô phỏng tín hiệu điều khiển và đại lượng



Hình 4. Kết quả mô phỏng các trạng thái hệ

5. Kết luận

Bài báo đã trình bày một phương pháp điều khiển dự báo bền vững dựa trên LMI dành cho hệ Lur'e có tham số không chắc chắn dưới các điều kiện ràng buộc về trạng thái và tín hiệu điều khiển. Bằng các chứng minh toán học rõ ràng và ví dụ minh họa được mô phỏng, bài báo đã cho thấy phương pháp thiết kế bộ điều khiển giải quyết được bài toán đề ra.

Bài báo là bước đầu của các nghiên cứu mở rộng sau này. Thứ nhất, nghiên cứu có thể được mở rộng ra cho bài toán với hệ rời rạc. Thứ hai, do các định lý nêu

ra trong bài là các điều kiện đủ nên lời giải sẽ còn dư địa để cải thiện. Ví dụ, có thể trong quá trình điều khiển, thông tin về hệ được cập nhật để giảm tính không chắc chắn của tham số trong hệ, qua đó chất lượng điều khiển sẽ được cải thiện. Thứ ba, ngoài phương pháp dựa trên LMI với cửa sổ dự báo đến vô cùng, có thể sử dụng phương pháp điều khiển dự báo với cửa sổ hữu hạn và so sánh kết quả hai phương pháp điều khiển, đánh giá phương pháp nào cho kết quả tốt hơn về mặt lý thuyết.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Basil Kouvaritakis, Mark Cannon: *Model Predictive Control*, Nhà xuất bản Springer, 2016.
- [2] Stephen Boyd, Laurent El Ghaoui, Eric Feron, Venkataramanan Balakrishnan: *Linear matrix inequalities in system and control theory*, Nhà xuất bản SIAM, 1994.
- [3] Rolf Findeisen, Frank Allgöwer, Lorenz T. Biegler: *Assessment and Future Directions of Nonlinear Model Predictive Control (Lecture Notes in Control and Information Sciences)*, NXB Springer, 2007.
- [4] Sasa V. Rakovic, William S. Levine: *Handbook of Model Predictive Control*, NXB Birkhause, 2019.
- [5] Lars Grune, Jurgen Pannek: *Nonlinear Model Predictive Control: Theory and Algorithms*, NXB Springer, 2017.
- [6] [Christoph Böhm: *Predictive Control using Semi-definite Programming - Efficient Approaches for Periodic Systems and Lur'e Systems*, Luận án Tiến Sĩ, Đại học Stuttgart, 2011.

Ngày nhận bài:	09/01/2020
Ngày nhận bản sửa lần 01:	14/02/2020
Ngày nhận bản sửa lần 02:	05/03/2020
Ngày duyệt đăng:	15/03/2020